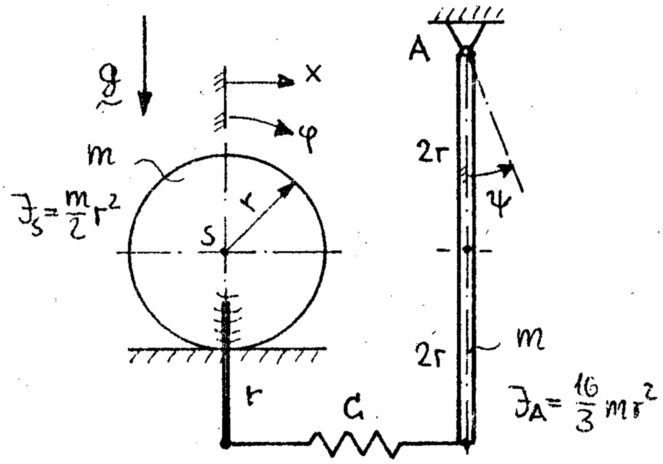
Name, Vorname:
Matrikel-Nr.:

Fachhochschule Mannheim Fachbereich Maschinenbau Prof. Dr.-Ing. H. Bräutigam	**Maschinendynamik** **3. Übung** SS 2003	**Freiwillige Übung** Blatt 1/2

Aufgabe MD-FSM 9 (Abschlussklausur SS 2000)

Das skizzierte Schwingungssystem besteht aus einer in A drehbar gelagerten Stange und einer Walze, die stets auf der Unterlage abrollen soll (Rollbedingung $x=r\varphi$). Der an die Walze angeschweißte Stab sei masselos. Die Feder (Federkonstante C) ist für $x=\varphi=\psi=0$ spannungslos.



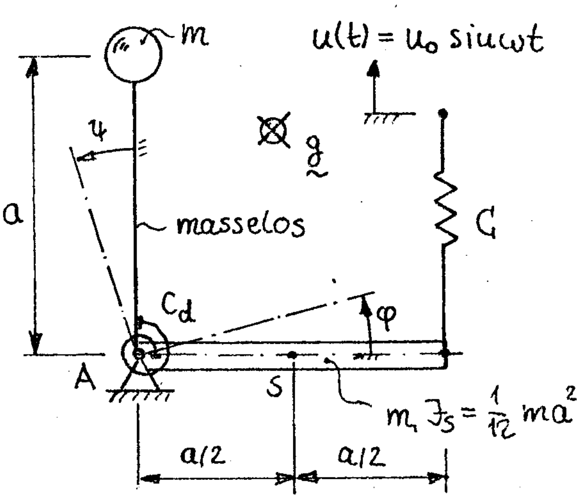
1. Für kleine Bewegungen ermittle man die beiden Bewegungsgleichungen in φ und ψ.
2. Man berechne die beiden Eigenkreisfrequenzen des Systems. Hierzu setze man vereinfachend $g/r=8C/3m$.

Lösung: 1. $\ddot{\varphi} + \frac{2}{3}\frac{c}{m}\varphi + \frac{8}{3}\frac{c}{m}\psi = 0$, $\ddot{\psi} + \frac{3}{4}\frac{c}{m}\varphi + \left(3\frac{c}{m} + \frac{3}{8}\cdot\frac{g}{r}\right)\psi = 0$.

2. $\lambda_{1/2} = \frac{1}{3}\frac{c}{m}(7 \mp 6{,}56)$

Aufgabe MD-ESM 11 (Abschlussklausur SS 2002)

Die masselose Stange des Punktpendels und der Stab sind im Doppeldrehgelenk A frei drehbar gelagert. Die verbindende Drehfeder (Drehfederkonstante C_d) sei für $\varphi=\psi=0$ spannungslos. Das System wird über die am Stab angreifende Feder (Federkonstante C) zu Schwingungen angeregt.



1. Unter der Voraussetzung kleiner Bewegungen φ und ψ ermittle man die beiden Bewegungsgleichungen.
2. Mit den Vereinfachungen
   $C_d=mga$, $C=mg/a$, $u_0=a/10$,
   gebe man
   a) die Tilgerfrequenz ω_T,
   b) die zur Tilgerfrequenz gehörige Zwangsschwingungsamplitude Ψ des Punktpendels an.

Lösung: 1. $\ddot{\varphi} + 3\frac{C_d + Ca^2}{ma^2}\varphi - 3\frac{C_d}{ma^2}\psi = 3\frac{Cau_0}{ma^2}\sin\omega t$, $\ddot{\psi} - \frac{C_d}{ma^2}\varphi + \frac{C_d}{ma^2}\psi = 0$.

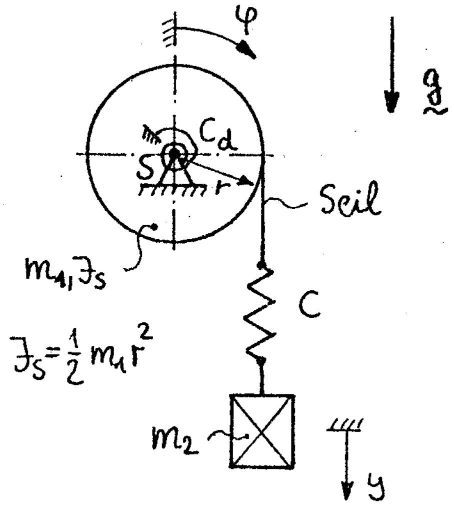
2. a) $\omega_T = \sqrt{\frac{g}{a}}$, b) $\Psi = -\frac{1}{10}$.

Name, Vorname:
Matrikel-Nr.:

Fachhochschule Mannheim Fachbereich Maschinenbau Prof. Dr.-Ing. H. Bräutigam	**Maschinendynamik** **3. Übung** SS 2003	**Freiwillige Übung** Blatt 2/2

<u>Aufgabe MD-FSM 12</u> (Abschlussklausur WS 02/03)

Das skizzierte 2-Freiheitsgrad System besteht aus einer drehbar gelagerten Scheibe und einer Punktmasse, die über ein Seil (undehnbar, schlupffrei) und eine Feder (Federkonstante C) miteinander verbunden sind. An der Scheibe greife noch eine Drehfeder (Drehfederkonstante C_d) an.



1. Für die gezeichnete statische Ruhelage $\varphi = y = 0$ berechne man die Ferdervorspannwege φ_0 der Drehfeder und y_0 der Dehnfeder.

2. Man ermittle die beiden Bewegungsgleichungen in den Koordinaten φ und y.

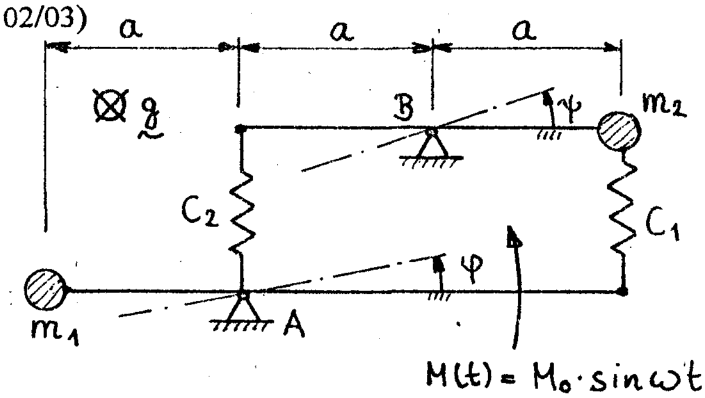
3. Man berechne die beiden Eigenkreisfrequenzen des Systems. Hierzu setze man vereinfachend:

   $m_1 = m_2 = m$, $C_d = mgr$, $C = mg/r$.

Lösung: 1. $y_0 = \frac{m_2 g}{C}$, $\varphi_0 = \frac{m_2 g r}{C_d}$; 2. $\ddot{\varphi} + 2\frac{C_d + Cr^2}{m_1 r^2}\varphi - 2\frac{C}{m_1 r} y = 0$, $\ddot{y} - \frac{C}{m_2} r\varphi + \frac{C}{m_2} y = 0$,
3. $\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{g}{r}(5 \mp \sqrt{17})$

<u>Aufgabe MD-ESM 12</u> (Abschlussklausur WS 02/03)

Das skizzierte 2-Freiheitsgrad System besteht aus zwei drehbar gelagerten masselosen Stäben, an deren Enden die Punktmassen m_1 und m_2 angebracht sind. Das am unteren Stab angreifende Moment $M(t) = M_0 \sin\omega t$ regt das Sytem zu Schwingungen an. Die beiden Federn (Federkonstanten C_1 und C_2) sind für $\varphi = \psi = 0$ spannungslos.



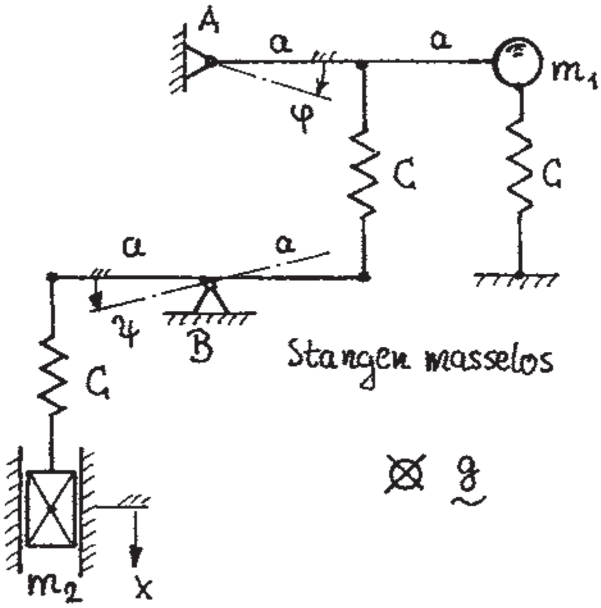
1. Unter der Voraussetzung kleiner Bewegungen φ und ψ ermittle man die beiden Bewegungsgleichungen.

2. Man gebe die Tilgerfrequenz ω_T und die zugehörige Zwangsschwingungsamplitude Ψ an.

Lösung: 1. $\ddot{\varphi} + 4\frac{C_1}{m_1}\varphi - 2\frac{C_1}{m_1}\psi = \frac{M_0}{m_1 a^2}\sin\omega t$, $\ddot{\psi} - 2\frac{C_1}{m_2}\varphi + \frac{C_1 + C_2}{m_2}\psi = 0$;
2. $\omega_T = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{m_2}}$, $\Psi = -\frac{M_0}{2 C_1 a^2}$

<u>Aufgabe MD-FSM 10</u> (Abschlussklausur SS 01)

Das System besteht aus dem in A gelagerten mathematischem Pendel mit Masse m_1 (Stange masselos) und der geführten Punktmasse m_2. Die in B gelagerte Verbindungsstange sei ebenfalls masselos. Die drei Federn (jeweils Federkonstante C) sind für $\varphi=x=\psi=0$ spannungslos.



1. Unter der Voraussetzung kleiner Auslenkungen φ, x und ψ schneide man Pendel, Punktmasse und Verbindungsstange getrennt frei, und ermittle die beiden Bewegungsgleichungen in φ und x.

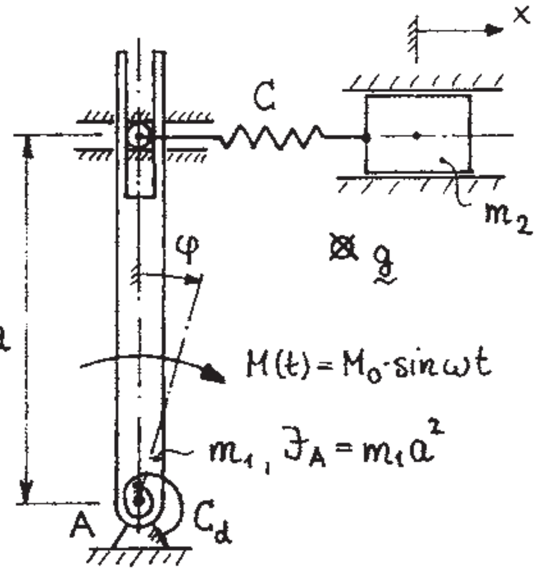
2. Man berechne die beiden Eigenkreisfrequenzen des Systems. Hierzu setze man vereinfachend $m_1=m/8$ und $m_2=m/2$.

<u>Lösung</u>: 1. $\ddot{\varphi} + \frac{9}{8}\frac{c}{m_1}\varphi + \frac{1}{8}\frac{c}{m_1}\frac{x}{a} = 0$, $\ddot{x} + \frac{1}{2}\frac{c}{m_2}a\varphi + \frac{1}{2}\frac{c}{m_2}x = 0$.

2. $\lambda_{1/2} = \frac{c}{m}(5 \mp \sqrt{17})$

<u>Aufgabe MD-ESM 9</u> (Abschlussklausur WS 99/00)

Das System besteht aus einem drehbar gelagerten Stab der Masse m_1 und einer geführten Punktmasse m_2. Beide sind über eine stets horizontale Feder (Federkonstante C) miteinander verbunden. Das äußere Moment $M(t)=M_0\sin\omega t$ regt das System zu Schwingungen an. Die Federn sind für $x=\varphi=0$ spannungslos.



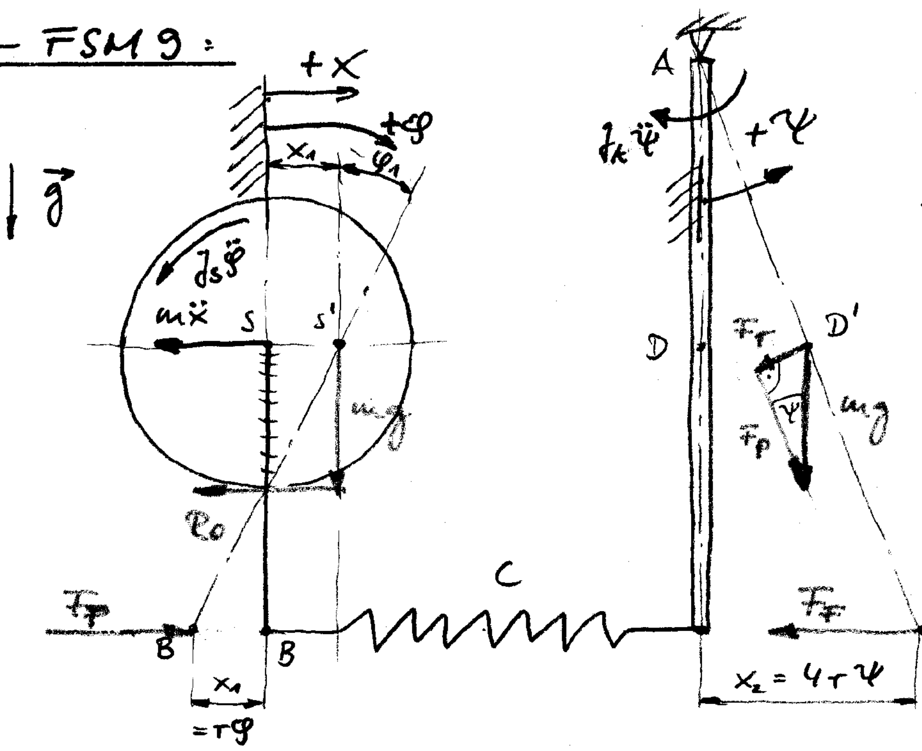
1. Man stelle die beiden Bewegungsgleichungen für kleine Schwingungen x und φ auf.

2. Man berechne die beiden Eigenkreisfrequenzen des Systems (abhängig von C und m) unter folgender Vereinfachung:
   $C_d=2Ca^2$, $m_1=m$, $m_2=2m$.

<u>Lösung</u>: 1. $\ddot{\varphi} + \frac{1}{m_1 a^2}(Ca^2+C_d)\varphi - \frac{C}{m_1 a}x = \frac{M_0}{m_1 a^2}\sin\omega t$; $\ddot{x} - \frac{Ca}{m_2}\varphi + \frac{C}{m_2}x = 0$.

2. $\lambda_{1/2} = \frac{C}{4m}(7 \mp \sqrt{33})$

MD – FSM 9:



$F_T = mg \cdot \sin\psi$

$F_F = C(4r\psi + r\varphi)$

1) $\underline{\sum M_A = 0 = J_A\ddot{\psi} + F_T \cdot 2r + F_F \cdot 4r}$; $J_A = \frac{16}{3}mr^2$

$\Rightarrow 0 = \frac{16}{3}mr^2\ddot{\psi} + 2mgr\sin\psi + 16Cr^2\psi + 4Cr^2\varphi$

für $\psi \to 0 \Rightarrow \frac{\sin\psi}{\psi} \to 1$

$\Rightarrow$ für $\psi \ll 1 \Rightarrow \sin\psi \approx \psi$

$\Rightarrow 0 = \frac{16}{3}mr^2\ddot{\psi} + 2mgr\psi + 16Cr^2\psi + 4Cr^2\varphi$

$\Rightarrow$ <u>BGL$_1$:</u> $\underline{\underline{0 = \ddot{\psi} + \left(\frac{3g}{8r} + \frac{3C}{m}\right)\psi + \frac{3C}{4m}\varphi}}$

$\sum M_S = 0 = -J_S\ddot{\varphi} + R_0 r - C(4r\psi + r\varphi)\cdot 2r$; $J_S = \frac{m}{2}r^2$

$\underline{\sum F_x = 0 = -m\ddot{x} - R_0 + C(4r\psi + r\varphi)}$

$\Rightarrow R_0 = -m\ddot{x} + Cr\varphi + 4Cr\psi$; $x = r\varphi \Rightarrow \ddot{x} = r\ddot{\varphi}$

$\Rightarrow \underline{R_0 = -mr\ddot{\varphi} + Cr\varphi + 4Cr\psi}$;

$\Rightarrow 0 = -\frac{m}{2}r^2\ddot{\varphi} - mr^2\ddot{\varphi} + Cr^2\varphi + 4Cr^2\psi - 2Cr^2\varphi - 8Cr^2\psi \,\Big|\, \frac{1}{r^2}$

$\Rightarrow 0 = -\frac{3m}{2}\ddot{\varphi} - C\varphi - 4C\psi$

$\Rightarrow$ <u>BGL$_2$</u>: $\underline{\underline{0 = \ddot{\varphi} + \frac{2C}{3m}\varphi + \frac{8C}{3m}\psi}}$

(2 gekoppelte homogene DGL 2. Ordnung)

2) $\frac{g}{T} = \frac{8c}{3m}$

$$\Rightarrow \underline{BGL_1'}: \; 0 = \ddot{\psi} + \underbrace{\frac{4c}{m}\psi}_{a_{11}\psi} + \underbrace{\frac{3c}{4m}\varphi}_{a_{12}\varphi}$$

$$\underline{BGL_2}: \; 0 = \ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{8c}{3m}\psi}_{a_{21}\psi} + \underbrace{\frac{2c}{3m}\varphi}_{a_{22}\varphi}$$

Interpretation der gekoppelten DGL:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \varphi \end{bmatrix} = 0$$

Koeffizientenvergleich:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4c}{m} & \frac{3c}{4m} \\ \frac{8c}{3m} & \frac{2c}{3m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \varphi \end{bmatrix} = 0$$

charakteristische Gleichung:

$$\lambda^2 - \lambda\left(a_{11} + a_{22}\right) + a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - \lambda\left(\frac{4c}{m} + \frac{2c}{3m}\right) + \frac{4c}{m} \cdot \frac{2c}{3m} - \frac{3c}{4m} \cdot \frac{8c}{3m} = 0$$

$$\lambda^2 - \frac{14c}{3m}\lambda + \frac{8c^2}{3m^2} - \frac{24c^2}{12m^2} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\lambda^2 - \frac{14c}{3m}\lambda + \frac{2c^2}{3m^2} = 0}$$

Lsg:

$$\lambda_{1/2} = \frac{7c}{3m} \pm \sqrt{\frac{49c^2}{9m^2} - \frac{2c^2}{3m^2}} = \frac{7c}{3m} \pm \sqrt{\frac{49-6}{9}}\,\frac{c}{m}$$

$$\lambda_{1/2} = \left(\frac{7}{3} \pm \frac{\sqrt{43}}{3}\right)\frac{c}{m} \approx \frac{c}{3m}\left(7 \pm 6{,}56\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_{1/2} \approx \sqrt{\frac{c}{3m}\left(7 \pm 6{,}56\right)}}}$$