4.4 Beispiel Kraftanalyse
(II. Wittenbauersche Grundaufgabe)

Geg.: Viergelenkgetriebe

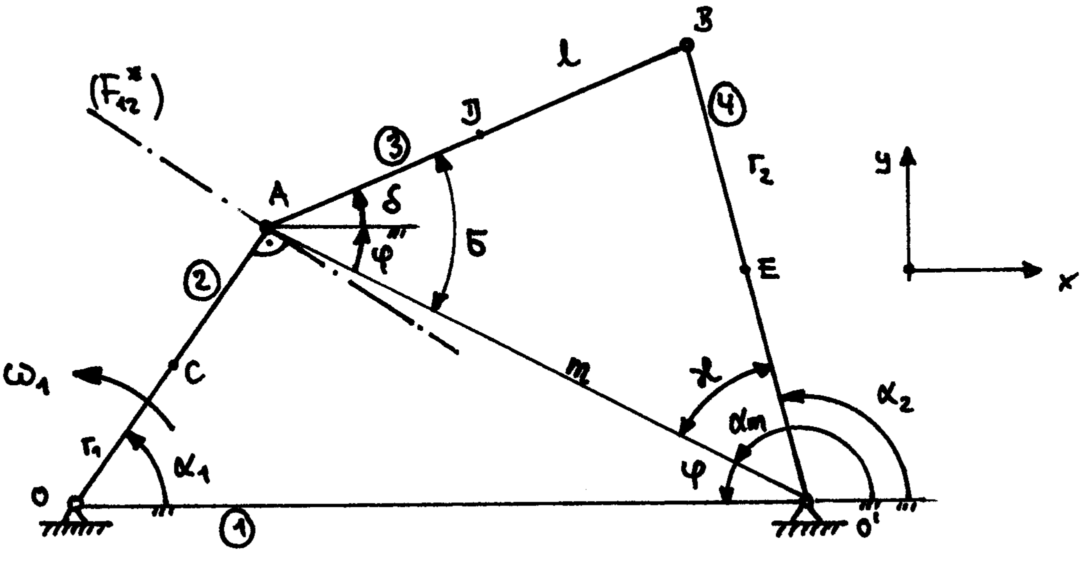
Abmessungen [mm] : $r_1 = 40$, $r_2 = 60$, $s = 70$, $l = 80$.

Gliedmassen [kg] : $m_2 = 1{,}57 \cdot 10^{-2}$; $m_3 = 3{,}14 \cdot 10^{-2}$; $m_4 = 2{,}35 \cdot 10^{-2}$

Drehmassen [kg mm²]: $J_2 = 2{,}093$; $J_3 = 16{,}746$; $J_4 = 7{,}065$

(bezgl. Schwerpunkte C, D und E).

Bewegung : Winkelgeschw. $\dot{\alpha}_1 = \omega_1 = 10\,\frac{1}{s}$ = konst. .



Ges.: Für eine momentane Stellung $\alpha_1 = 45°$ die eingeprägte Kraft F_{12}^* (Wirkungslinie eingezeichnet), die den Bewegungsablauf bewirkt (II. Wittenbauersche Grundaufgabe).

Lösung

1. Ermittlung Beschleunigungszustand der Getriebeglieder

Getriebe und Bewegung identisch mit 2. Bsp. in Abschnitt 3.2.4. Dort bereits $\dot{\alpha}_2$ und $\ddot{\alpha}_2$ ermittelt. Zusätzliche Schritte zur Berechnung der Bewegung des Gliedes 3 notwendig (ab 6. in Tabelle).

	α_1	44° (1)	45° (2)	46° (3)	
1. $\alpha_1, r_1 \xrightarrow{PR} x_{AO}, y_{AO}$	x_{AO}	28,7736	28,2843	27,7863	
	y_{AO}	27,7863	28,2843	28,7736	
2. $x_{AO'} = x_{AO} - \overset{F\,S=70}{x_{O'O}}$	$x_{AO'}$	−41,2264	−41,7157	−42,2137	
$y_{AO'} = y_{AO}$	$y_{AO'}$	y_{AO}	y_{AO}	y_{AO}	
3. $y_{AO'}, x_{AO'} \xrightarrow{RP} m, \alpha_m$	m	49,7162	50,4004	51,0873	
	α_m°	146,0203	145,8618	145,7210	
4. $\varkappa = \arccos \frac{r_2^2+m^2-\ell^2}{2 r_2 m}$	$\varkappa^\circ$	93,1546	92,4619	91,7768	
5. $\alpha_2 = \alpha_m - \varkappa$	α_2°	52,8657	53,3998	53,9441	
6. $\sigma = \arcsin\left(\frac{r_2}{\ell}\sin\varkappa\right)$	σ°	48,4920	48,5304	48,5591	↓ neu
7. $\delta = \sigma + \alpha_m - 180°$	δ°	14,5123	14,3922	14,2801	
8. $\delta, \frac{\ell}{2} \xrightarrow{PR} x_{DA}, y_{DA}$ $\angle 40$	x_{DA}	38,7238	38,7447	38,7641	
	y_{DA}	10,0235	9,9423	9,8665	
9. $x_{DO} = x_{AO} + x_{DA}$	x_{DO}	67,4973	67,0289	66,5504	
$y_{DO} = y_{AO} + y_{DA}$	y_{DO}	37,8099	38,2266	38,6401	

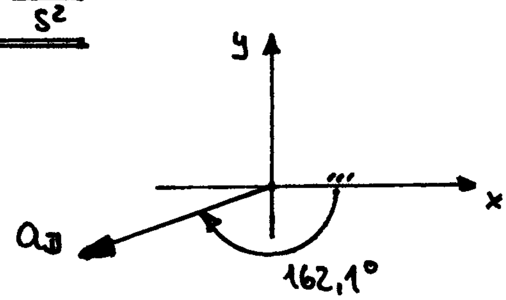
Beschleunigung Punkt D (Glied ③):

$$\Delta \underset{\sim}{r}_{24} = \begin{pmatrix} x_{42} \\ y_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3 - 2x_2 + x_1 \\ y_3 - 2y_2 + y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}0102 \\ -0{,}0033 \end{pmatrix}$$

$y_{42}, x_{42} \xrightarrow{R \; P} |\Delta \underset{\sim}{r}_{24}| = 0{,}0107$, $w_a^* = -162{,}1316°$ (Richtung)

Betrag: $|\underset{\sim}{a}_D| = \dfrac{|\Delta \underset{\sim}{r}_{24}|}{\Delta t_a^2} = 3504{,}3793 \; \dfrac{mm}{s^2}$

$(\Delta t_a = 1{,}745 \cdot 10^{-3} s)$



Winkelbeschl. Glied ③:

$$\ddot{\delta} = \frac{\delta_3^\circ - 2\delta_2^\circ + \delta_1^\circ}{\Delta t_a^2} \cdot \frac{\pi}{180°} = 45{,}6218 \; \frac{1}{s^2}$$

Winkelbeschl. Glied ④: Aus Skript, Abschnitt 3.2.4, 2. Bsp.:

$\dot{\alpha}_2 = \omega_2 = 5{,}39 \; \frac{1}{s}$; $\ddot{\alpha}_2 = \varepsilon_2 = 57{,}89 \; \frac{1}{s^2}$

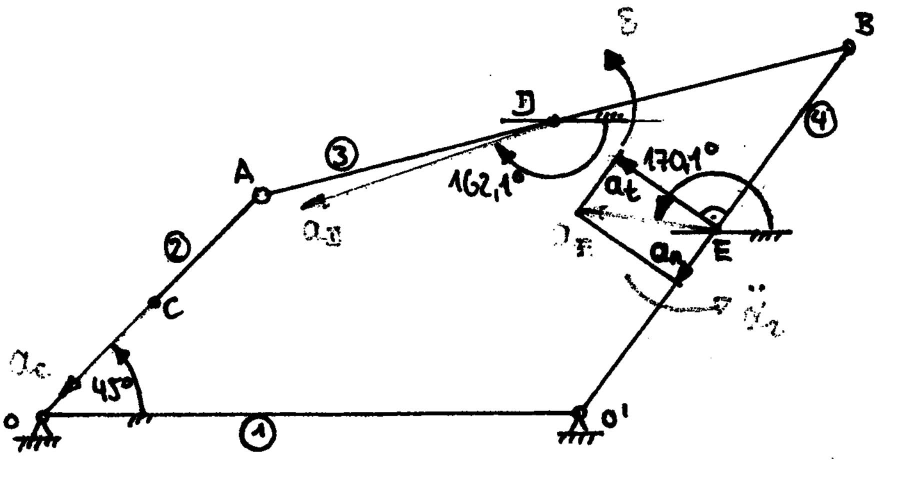
Ergebnisse:

Glied ②: $|\underset{\sim}{a}_C| = \frac{1}{2} r_1 \omega_1^2 = 2000 \; \frac{mm}{s^2}$ ($\ddot{\alpha}_1 = 0$ da $\omega_1 = \dot{\alpha}_1 =$ konst.)

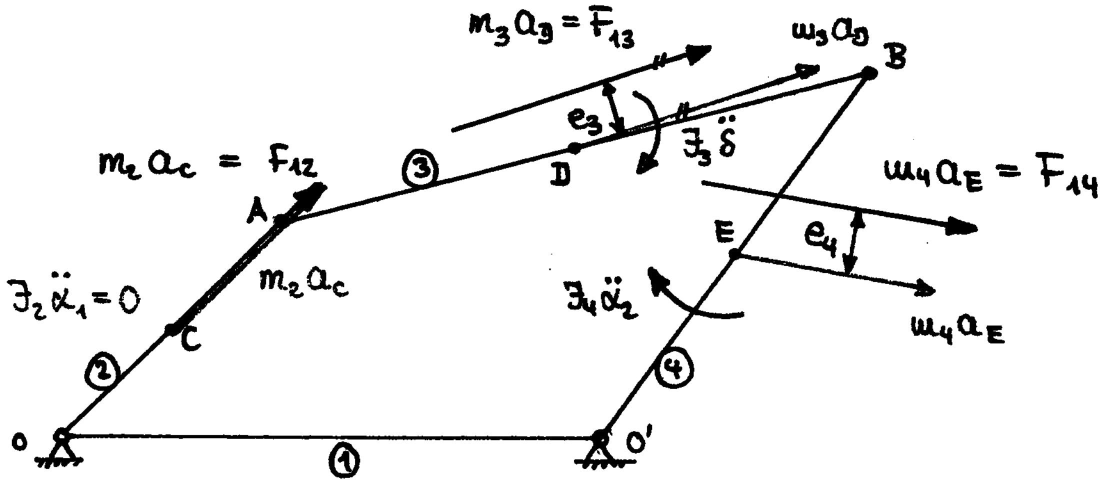
Glied ③: $|\underset{\sim}{a}_D| = 3504 \; \frac{mm}{s^2}$, $\ddot{\delta} = 45{,}6 \; \frac{1}{s^2}$

Glied ④: $|\underset{\sim}{a}_E| = 1944 \; \frac{mm}{s^2}$, $\ddot{\alpha}_2 = 57{,}9 \; \frac{1}{s^2}$, $\dot{\alpha}_2 = \omega_2 = 5{,}39 \; \frac{1}{s}$

$(a_t = \frac{1}{2} r_2 \ddot{\alpha}_2 = 1737 \; \frac{mm}{s^2}$, $a_n = \frac{1}{2} r_2 \dot{\alpha}_2^2 = 873 \; \frac{mm}{s^2}$, $a_E = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$



2. Ermittlung der resultierenden Trägheitskräfte



Glied ②: $F_{12} = m_2 \cdot a_c = 31\ \text{mN}$

$$e_2 = \frac{J_2\, \ddot{\alpha}_1}{m_2 \cdot a_c} = 0\ ,\quad \text{da}\ \ddot{\alpha}_1 = 0\ .$$

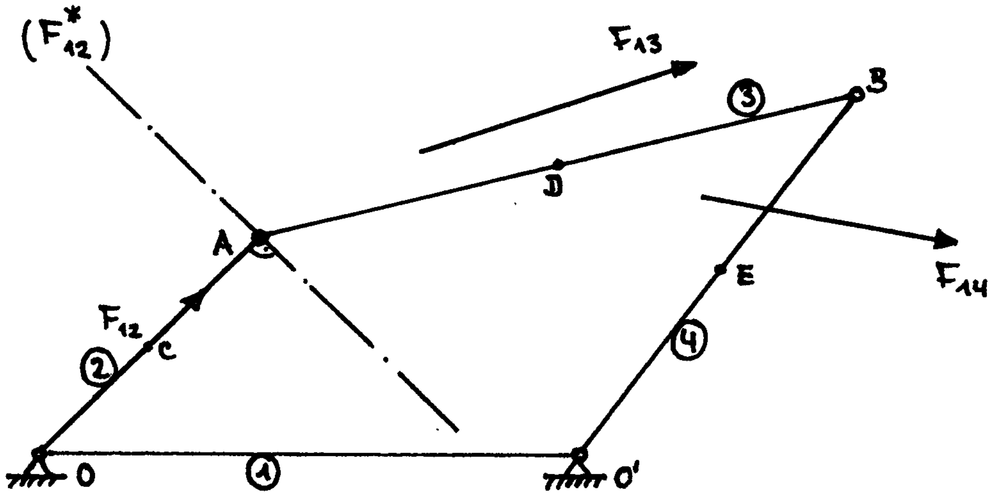
Glied ③: $F_{13} = m_3 \cdot a_D = 110\ \text{mN}$

$$e_3 = \frac{J_3\, \ddot{\delta}}{m_3\, a_D} = 6{,}94\ \text{mm}$$

Glied ④: $F_{14} = m_4\, a_E = 46\ \text{mN}$

$$e_4 = \frac{J_4\, \ddot{\alpha}_2}{m_4\, a_E} = 8{,}93\ \text{mm}$$

3. Ermittlung der Kraft F_{12}^*



<u>geg.:</u> Kräfte $\underset{\sim}{F}_{12}$, $\underset{\sim}{F}_{13}$ und $\underset{\sim}{F}_{14}$ nach Betrag u. Richtung.

<u>ges.:</u> Gleichgewicht erzeugende Kraft $\underset{\sim}{F}_{12}^*$ (Wirkungslinie geg.).

Lösung z.B. mit <u>Leistungsprinzip</u>!

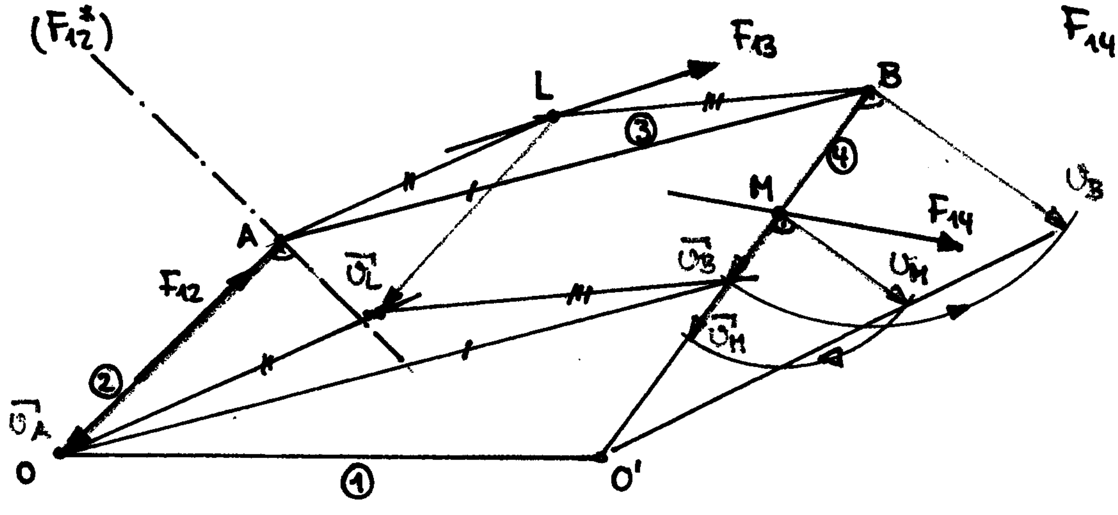
(s. Blatt 6)

Leistungsprinzip

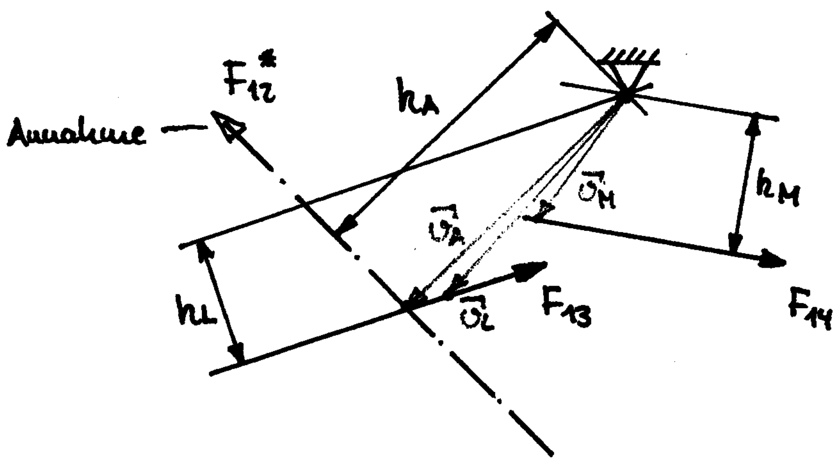
$F_{12} = 31 \text{ mN}$

$F_{13} = 110 \text{ mN}$

$F_{14} = 46 \text{ mN}$



Jukowsky-Hebel



abgelesen:

$h_A = 40 \text{ mm}$

$h_L = 17 \text{ mm}$

$h_M = 19 \text{ mm}$

$$\stackrel{+}{\curvearrowleft} \sum M = 0 = F_{14} \cdot h_M + F_{13} \cdot h_L - F_{12}^* \cdot h_A$$

$$\rightarrow F_{12}^* = \frac{1}{h_A} (F_{14} \cdot h_M + F_{13} h_L) \quad , \text{ eingesetzt:}$$

$$\underline{\underline{F_{12}^*}} = \frac{1}{40} (46 \cdot 19 + 110 \cdot 17) = \underline{\underline{68{,}6 \text{ mN}}}$$

Erforderliches Moment an Glied 2:

$$M_{12}^* = F_{12}^* \cdot r_2 = 0{,}0686 \cdot 40 = 2{,}74 \text{ Nmm}$$

Polkraftverfahren: geg.: $\underset{\sim}{F}_{14}$ ($F_{14} = 500N$)

ges.: $\underset{\sim}{F}_{16}$ (Wirkungslinie bekannt)