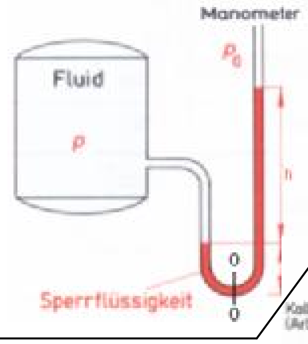
$p=F/A$ in N/m^2 1bar=10^5 Pa
$V=A \cdot h$ $V \cdot \rho = m$ ρ="roh"=Dichte
$p=r \cdot g \cdot h$ **Druck in Flüssigkeiten**

Kapilarität: H_2O h=30/d
C_2H_5OH h=11/d
C_7H_8 Toluol h=13/d



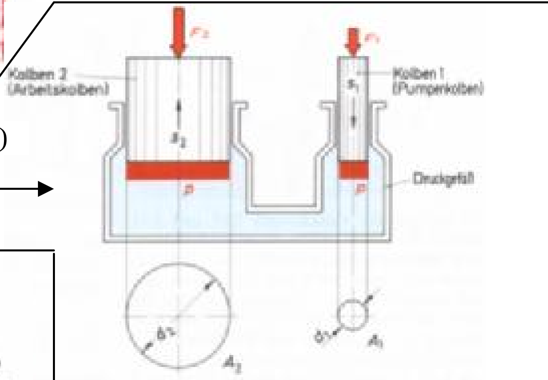
$p+h' \cdot \rho_f \cdot g = p_0+(h+h') \cdot \rho_f \cdot g$
$\Delta p = p-p_0 = h \cdot \rho_f \cdot g$

Schrägrohrmanometer:
$\Delta p = h \cdot \sin\alpha \cdot \rho_f \cdot g$

Hydraulische Presse:

(genauer) $\left(\frac{F_1+m_1 \cdot g}{A_1} + h \cdot r_f \cdot g = \frac{F_2+m_2 \cdot g}{A_2}\right)$

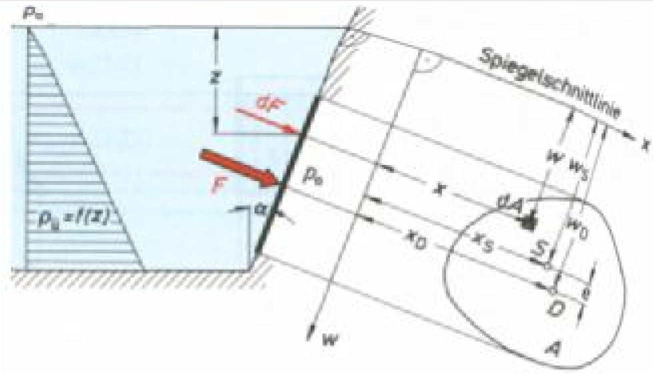
Wenn h=0 (gleiche Höhe)
$F_1 = \frac{A_1}{A_2} \cdot F_2$ →



Seitendruckkraft:

$$x_D = \frac{I_{wx}}{w_s \cdot A}$$

$$w_D = \frac{I_x}{w_s \cdot A} + w_s$$

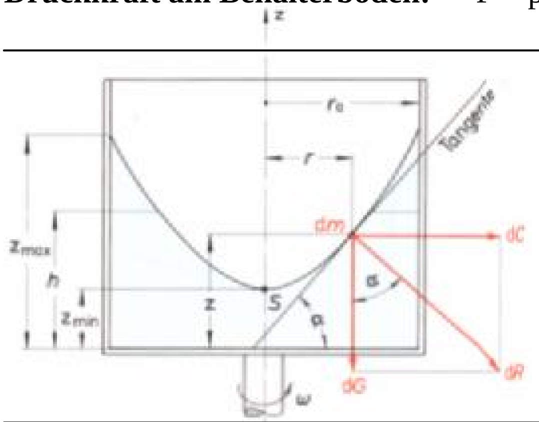


$$e = w_D - w_S = \frac{I_s}{A \cdot w_s}$$

$$I_s = \frac{d^4 p}{64}$$

Druckkraft am Behälterboden: F = p•A = ρ•g•h•A

Druck an die Rohrwand: Dicke $d = \frac{p \cdot D}{2 \cdot s_{zul}}$



Zentrifuge:

Rotationskurvengleichung: $z = \frac{w^2 \cdot r^2}{2g} + z_{\min}$

Steighöhe: $z_{\max} = h + \frac{w^2 \cdot r_0^2}{4g}$ $z_{\min} = h - \frac{w^2 \cdot r_0^2}{4g}$

$$z = h + \frac{w^2}{4g}\left(2r^2 - r_0^2\right)$$

Auftrieb $A = F_A = V \cdot \rho_L \cdot g$ ↕
Gravitation $F_G = V \cdot \rho_G \cdot g$ ↓

Tragkraft: $T = V \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)$

Ausfluß aus Druckbehälter: $c_0 = \sqrt{\frac{2(p_{innen} - p_{außen})}{r}}$

Kontinuitätsgleichung : $\dot{V} = A \cdot \vec{c} = konst$

Mittlere Geschw. : $\bar{c} = \frac{\int_A c(A) dA}{A}$

Torricelli-Ausflußgleichung: $c_0 = \sqrt{2gh}$

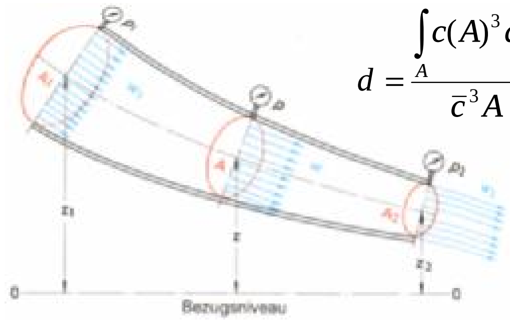
Bernoulli-Gleichung: d = Coriolis-Koeffizient →
!!! Weglassen, wenn nicht gegeben !!!

$$d_1 \cdot \frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{r \cdot g} + z_1 = d_2 \cdot \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{r \cdot g} + z_2 = Z = konst$$

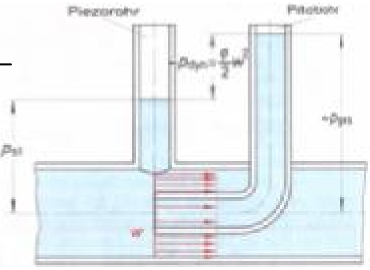
Geschw-E + Druck-E + Lage-Energie

$$d = \frac{\int_A c(A)^3 dA}{\bar{c}^3 A} > 1$$

Z



Bernoulli-Gleichung umgestellt: in [Pa] $p_{st} + \frac{\rho}{2}c^2 + \rho \cdot g \cdot z = konst$



Statischer Druck: p_{st}

Geschwindigkeit:

Dynamischer Druck: $p_{dyn} = \frac{\rho}{2}c^2$ $\quad c = \sqrt{\frac{2p_{dyn}}{\rho}}$

Gesamtdruck: $p_{ges} = p_{st} + p_{dyn}$

Anw. z.B. Prandtl-Rohr

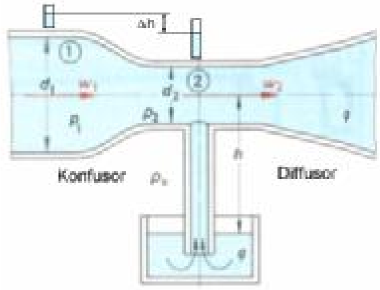
Eulersche Grundgleichung der Strömung: $\frac{dc}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial s} \cdot \frac{1}{\rho} - g\frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho} + gh\right)$

Dichte von feuchter Luft: $\rho_{feucht} = \rho \cdot (1 - 0{,}377 f_A / 100\% p_s / p)$

z.B. für Strömung mit veränderlicher Dichte: $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \int_2^1 \frac{dp}{\rho}$

Venturirohr $\dot{V} = 3{,}48 \cdot d_1^2 \sqrt{\frac{\Delta h}{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}} = 3{,}48 \cdot d_2^2 \sqrt{\frac{\Delta h}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}$ in $\frac{m^3}{s}$

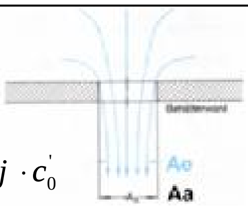
$c_2 = c_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$



$p_2 + \rho \cdot g \cdot h = p_0$

Ausfluß aus Behältern:

Kontraktionskoeff: $\alpha = \frac{A_e}{A_a}$



Geschw.beiwert φ für $c_o = \varphi \cdot c_0'$

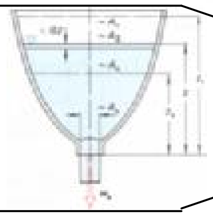
Ausflußzahl: $\mu = \varphi \cdot \alpha$

wirkl.Volumenstrom: $\dot{V} = \mu \cdot A_a \cdot c_0'$

φ=0,97
α=0,61...0,64
μ=0,59...0,62

φ=0,97…0,99
α≅1
μ=0,97…0,99

Ausfluß bei veränderl. Spiegelhöhe und -Fläche:



$t_{ausfluß} = \frac{1}{\mu \cdot A_a \cdot \sqrt{2g}} \int_{z_2}^{z_1} \frac{A(z) \cdot dz}{\sqrt{z}}$

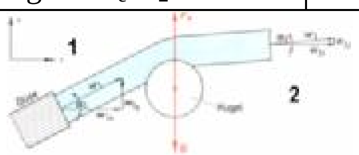
Gesamtentleerungszeit t_e: $z_2 = 0$

A(z)=konst.: $t_e = \frac{2 \cdot A_{Behälter} \cdot \sqrt{z}}{\mu \cdot A_a \cdot \sqrt{2g}}$

mit $c_0 = \mu\sqrt{2gz} \rightarrow t_e' = t_e / 2$ Bohl S.169

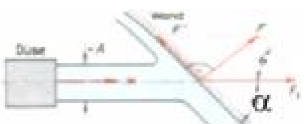
Impulssatz: $F = -R = I_2 - I_1 = \dot{m} \cdot (c_2 - c_1)$

$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot c$	$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$	$\dot{V} = V \cdot c$



Anw.: $-F_G = \dot{m}(c_2 \sin\alpha_2 - c_1 \sin\alpha_1)$

$\xrightarrow{daraus} \tan\alpha_2 = \frac{c_1 \sin\alpha_1 - F_G / \dot{m}}{c_1 \cos\alpha_1}$



Bohl S.101

Kraft geg. geneigte Wand: $R = -F = \dot{m} \cdot c \cdot \sin\alpha$
Kraft geg. ebene Wand: $R = \dot{m} \cdot c$
Reaktionskraft vom Strahl: $R = -2 \cdot A \cdot p$ in Höhe vom Austritt auf gegenüberli. Wand
Kraftwirkung auf Krümmer: $\vec{R} = A_1(\rho \cdot c_1^2 + p_1) + A_2(p_2 - \rho \cdot c_2^2)$ [Vektoraddition]

Dynamische Viskosität: $\eta = \frac{\tau}{d_{cx} / d_y}$ in [Pa•s]

Kinematische Viskosität: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ in [m²/s]

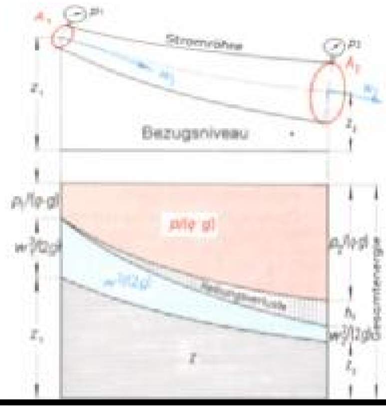
Reynolds-Zahl: $\mathrm{Re} = \frac{\bar{c} \cdot L}{\nu}$

Froude-Zahl: $Fr = \frac{c^2}{g \cdot l}$

Mach-Zahl: $Ma = \frac{c}{a} = \frac{Beweg.Geschw.}{SchallGeschw.}$

Hydraulischer Durchmesser: $d_h = \frac{4 \cdot A}{U} = 4 \cdot \frac{Querschnittsfläche}{benetzterUmfang}$ $\quad A_{Kreis} = \frac{\pi}{4}d^2$

$\eta_{Wasser} = 10^{-3}$ Pa•s	$\rho_{Luft} = 1{,}2$ kg/m³	1mmWS = Δh•ρ•g = 9,81 Pa	1bar = 10^5Pa = 10^5N/m²
$\nu_{Wasser} = 10^{-6}$ m²/s	$\rho_{Hg} = 13545$ kg/m³	1mmHg = Δh•ρ•g = 132,88 Pa	$\rho_{Luft} = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{p}{287 \cdot (273 + t)}$
$\rho_{Wasser} = 1000$ kg/m³	$\eta_{Luft} = 18 \cdot 10^{-6}$ Pa•s ; $\nu_{Luft} = 15 \cdot 10^{-6}$ m²/s	1Torr = 760mmHg	



Bernoulli-Gleichnung für reibungsbehaftete Strömung:

$$\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{r \cdot g} + z_1 = \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{r \cdot g} + z_2 + h_v = Z = konst$$

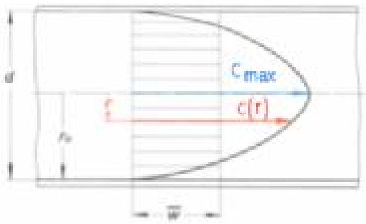
$$p_1 + \frac{r}{2} c_1^2 + r \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{r}{2} c_2^2 + r \cdot g \cdot z_2 + \Delta p_{Verlust}$$

bei Gasen oder bei Reibungsverlustmessung ($z_1=z_2$ und $c_1=c_2$):

$$h_{v1,2} = \frac{\Delta p_v}{r \cdot g}$$

Laminare Strömung (Re < 2320):

λ, Re, d/k_s : wenn 2 bekannt, 3. im Diagr ablesbar (lam & turb)



$$c(r) = \frac{p_1 - p_2}{4 \cdot h \cdot l_{12}} \cdot \left(r_0^2 - r^2\right)$$ **= Stokessches Gesetz** $$\frac{c}{c_{\max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$\dot{V} = \frac{p \cdot r_0^4 \cdot (p_1 - p_2)}{8 \cdot h \cdot l}$$ **= Hagen-Poiseuillesches Gesetz**

mittlere Geschw.: $\bar{c} / c_{\max} = b$ = Profilfaktor $= 0{,}5$ bei laminarer Strömung

Rohrreibungszahl $l = \frac{64}{\mathrm{Re}}$

$l_{lam} = j \frac{64}{\mathrm{Re}}$ φ=1,0 Kreiskanal; φ=0,89 Quadratkanal; φ=1,5 parallele Platten

$$h_v = l \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \frac{\bar{c}^2}{2g}$$ in [m]

$$\Delta p = p_1 - p_2 = l \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \frac{r}{2} \cdot \bar{c}^2$$ in [Pa]

Anlaufstrecke l ≈ 0,029•d•Re

(Strecke ausgebildet für $b_2 / b_1 \geq 0{,}99$)

Formeln für Druckabfall gelten auch hier

Turbulente Strömung (Re > 2320):

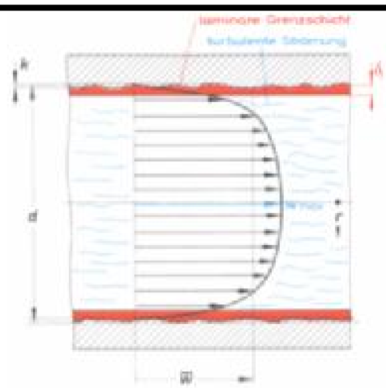
Viskose Grenzunterschicht:

$$d_{theoretisch} = 67{,}5 \cdot D / \mathrm{Re}^{7/8}$$

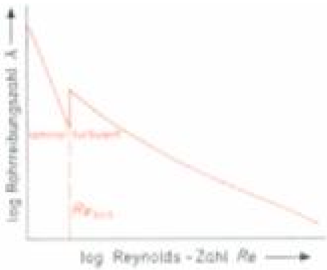
$$d_{praktisch} = 25{,}2 \cdot D / \mathrm{Re}^{7/8}$$

$$\bar{c} / c_{\max} = b \approx 0{,}84 \pm 4\%$$

ab $k > 0{,}25 \cdot d_{praktisch}$: Rohr nicht mehr hydraulisch glatt



Anlaufstrecke
l ≈ 25…45•d



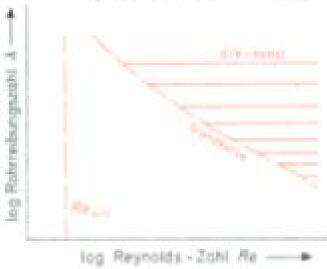
Hydraulisch glatt: $\mathrm{Re} \cdot k / d < 65$

2320<Re<10^5: $l = 0{,}3164 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}25}$ Formel von Blasius

Re>10^6: $1/\sqrt{l} = 2 \cdot \lg(\mathrm{Re} \cdot \sqrt{l}) - 0{,}8$ Formel von Prandtl & v.Karman

Bis Re≈10^8 $l = 0{,}309 / (\lg \mathrm{Re}/7)^2$ Formel von Prandtl

1/7-Gesetz nach v.Karman $$\frac{c}{c_{\max}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

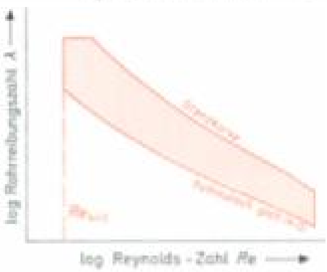


Hydraulisch rauhe Rohre: Bereich: $\mathrm{Re} \cdot k / d > 1300$

Colebrooke-White: $$l = \frac{0{,}25}{\left[\lg\left(\frac{15}{\mathrm{Re}} + \frac{k_s}{3{,}715 \cdot D}\right)\right]^2}$$

Nikuradse: $$l_r = \frac{0{,}25}{\left(\lg 3{,}715 \frac{d}{k}\right)^2}$$

Moody: $$l = 0{,}0055 + 0{,}15 \left(\frac{k}{d}\right)^{1/3}$$

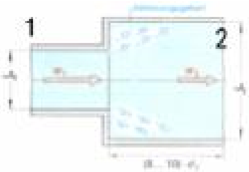


Rohre im Übergangsgebiet: **Bereich:** $65 < \mathrm{Re} \cdot k / d < 1300$

Prandtl- Colebrooke: $$\frac{1}{\sqrt{l}} = -2 \lg\left[\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{l}} + \frac{k}{d} 0{,}269\right]$$

Strömungsverluste in Rohrleitungselementen:

$$\Delta p_V = z \cdot \frac{r}{2} \cdot \bar{c}^2$$



1) Plötzliche, sprungartige Rohrerweiterung: $z_1 = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right)^2$ und c_1 einsetzen, oder $z_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$ und c_2

2) ζ-Werte für Rohreinläufe und sonstige ζ-Werte aus Tabellen Bohl ab Seite 134

Gesamtdruckverlust: $\Delta p_{ges} = \Delta p_l + \Delta p_z = \left(\sum l_i \frac{l_i}{d_{hi}} + \sum z_i\right)\frac{r}{2}\bar{c}^2$ **Leistung:** $P = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p_{ges}}{h}$

$\mathrm{Re} = \frac{\bar{c} \cdot d}{u}$; $\frac{d}{k_s} =$ ® λ aus Diagramm; zusätzl. $\zeta_{Austritt}=1$ hinzuaddieren, wenn Flüssigkeit am Ende austritt.

$\bar{c} = \frac{\dot{V}}{A}$ ® $\Delta p = R \cdot \dot{V}^2$ $R = \frac{8 \cdot r}{p^2 \cdot d^5}\left(\sum z_i \cdot d + l \cdot L\right)$ $R = \frac{1}{\left(\sum \frac{1}{\sqrt{R_i}}\right)^2}$

Hintereinanderschaltung: $R_{ges}=R_1+R_2+R_3+\ldots+R_n$ Parallelschaltung:

Umströmung fester Körper:

Gesamtwiderstand: $F_x = F_f + F_r$

Gesamtwiderstand: $F_x = x_x \cdot \frac{r}{2} c_\infty^2 \cdot A$

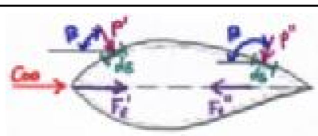
$\xi_x = c_w$= Ges.widerst.beiwert
$\frac{r}{2} c_\infty^2$ = dyn.Druck
A = Schattenfläche

Leistung: $P = F_x \cdot c_\infty$

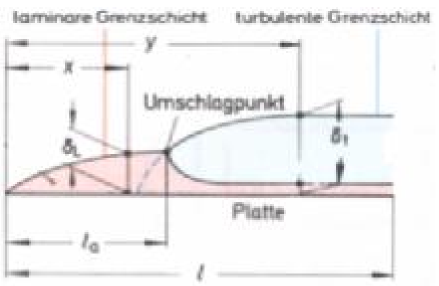
ξ_r = Reib.widerst.beiwert
$\frac{r}{2} c_\infty^2$ = dyn.Druck
S = gesamte benetzte Fläche

Reibungswiderstand: $F_r = x_r \cdot \frac{r}{2} c_\infty^2 \cdot S$

Formwiderstand: $F_f = x_f \cdot \frac{r}{2} c_\infty^2 \cdot A$



$F_f = \int_s p \cdot \cos b \cdot ds$ $F_f = \sum F_f^{'} - F_f^{''}$



Umschlag lam ® turb:

$\mathrm{Re}_x = \frac{c_\infty \cdot x}{n} = 3\ldots5 \cdot 10^5$

Laminare Grenzschicht:

$d_{lam} = \frac{4{,}91 \cdot x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$ $\mathrm{Re}_x = \frac{c_\infty \cdot x}{n}$

$F_r = 0{,}664 \cdot b\sqrt{r \cdot h \cdot l_a \cdot c_\infty^3}$

$x_{r,lam} = \frac{1{,}328}{\sqrt{\mathrm{Re}_{l_a}}}$ $\mathrm{Re}_{l_a} = \frac{c_\infty \cdot l_a}{n}$

Turbulente Grenzschicht:

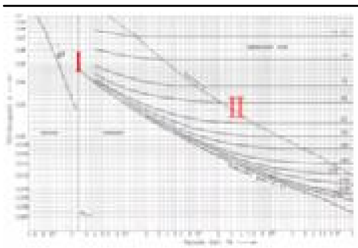
$d_{turb} = \frac{0{,}377 \cdot x}{\sqrt[5]{\mathrm{Re}_x}}$ $\mathrm{Re}_x = \frac{c_\infty \cdot x}{n}$

$F_r = 0{,}0735 \cdot \frac{r}{2} c_\infty^2 \left(\frac{1}{\mathrm{Re}_l}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot b \cdot l$

$x_{r,turb} = \frac{0{,}0735}{\sqrt[5]{\mathrm{Re}_l}}$ $\mathrm{Re}_l = \frac{c_\infty \cdot l}{n}$ Bis $\mathrm{Re}_l \le 10^7$

Schlichting: $x_{r,turb} = \frac{0{,}455}{(\lg \mathrm{Re}_l)^{2{,}58}}$ $10^6 \le \mathrm{Re}_l \le 10^9$

Gesamtwiderstand der Platte (eine Seite): $F_x = \frac{r \cdot c_\infty^2}{2} \cdot b \cdot l \left[1{,}328 \frac{\sqrt{\mathrm{Re}_{l_a}}}{\mathrm{Re}_l} + \frac{0{,}455}{(\lg \mathrm{Re}_l)^{2{,}58}} - \frac{0{,}0735 \cdot \mathrm{Re}_{l_a}^{4/5}}{\mathrm{Re}_l}\right]$



$F_{x,üb} = x_{x,üb} \cdot \frac{r}{2} c_\infty^2 \cdot A$ $A = 2 \cdot b \cdot l$

I) $x_{x,üb} = \frac{0{,}455}{(\lg \mathrm{Re})^{2{,}58}} - \frac{1700}{\mathrm{Re}}$

II) $x_{r,üb} = \frac{0{,}09875}{\left[\lg\left(\frac{14{,}8}{\mathrm{Re}_x}\right) + 0{,}269 \cdot \frac{k}{l}\right]^2}$