

FACHHOCHSCHULE MANNHEIM

Hochschule für Technik und Gestaltung

Institut für Regelungstechnik

Versuch Nr.: 3.1

Labortermin:

Abgabetermin:

Versuchstitel: Aufnahme von Sprungantworten

Namen:

Eingang:

Testat:

FACHHOCHSCHULE MANNHEIM
Hochschule für Technik und Gestaltung
Institut für Regelungstechnik

Semester:

Gruppe:

13. JAN 2004

Korrekturhinweise:

Aufnahme der Sprungantworten von Regelkreisgliedern

1. Versuchsgrundlagen

Der Versuch wird am "Simulationsgerät" (siehe Beschreibung BR 9) durchgeführt.

Sprungfunktion, Sprungantwort und Übergangsfunktion

Um das Übertragungsverhalten (ÜV) verschiedener Regelkreisglieder beurteilen zu können, kann als Eingangsgröße $x_e(t)$ ein charakteristisches Eingangssignal (Testfunktion) gewählt und die Antwort, d.h. der zeitliche Verlauf der Ausgangsgröße $x_a(t)$ ermittelt werden. Häufig wird die *Sprungfunktion* als Testfunktion verwendet.

Zu Beginn des Betrachtungszeitraumes ($t = 0$) wird die Eingangsgröße $x_e(t)$ um einen kleinen Betrag verändert. Der daraus resultierende zeitliche Verlauf der Ausgangsgröße $x_a(t)$ wird als *Sprungantwort* bezeichnet.

Wird die Ausgangsgröße $x_a(t)$ durch Quotientenbildung auf die Sprunghöhe X_e der Eingangsgröße $x_e(t)$ bezogen, so erhält man die *Übergangsfunktion* $\ddot{u}(t)$:

$$\ddot{u}(t) = \frac{x_a(t)}{X_e}$$

Die *Übergangsfunktion* kann mathematisch bei Kenntnis der Differentialgleichung (Dgl.) des betreffenden Systems durch die entsprechende Lösung der Dgl. oder bei vorhandenem Regelkreisglied auch experimentell ermittelt werden.

2. Aufgabenstellung

2.1 Aufnahme der Sprungantworten "passiver Netzwerke"

Von den mit dem Baustein "*Passive Bauelemente*" (BR 9, Kap. 2.2) aufzubauenden Schaltungen Nr. 1 - 4 auf Seite 2 ist jeweils die Sprungantwort aufzunehmen.

Durchführung der Messungen

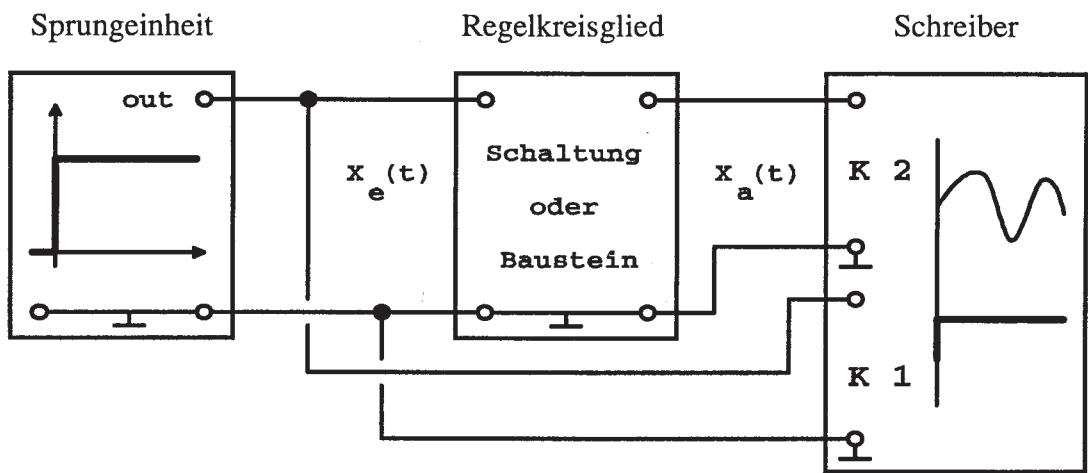
- Schreibereinstellungen (sh. Beschreibung BR 10) :
 - Meßbereich : 5 V "kalibriert"
 - Nullpunkteinstellung bei 10 %
 - Papiervorschub : 12 cm/min
 - ZVK einschalten !

1 → 1×C 2×R 3 → 2×R 1×C
 2 → 2×C 2×R

FH - Mannheim Regelungstechnik Prof. Blessing	Laborversuch : Aufnahme von Sprungantworten	V 3.1 Seite 2
--	--	--------------------------------

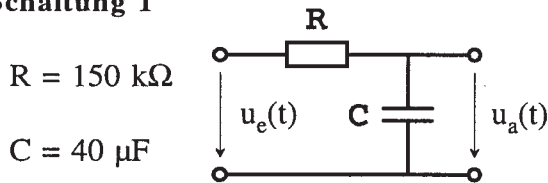
- Jeweilige Schaltung entsprechend den unten stehenden Angaben aufbauen und (wie im Versuchsaufbau angegeben) mit Sprungeinheit und Schreiber verbinden.
- An der Sprungeinheit eine "Sprunghöhe" von 3 V einstellen.
- Bei eingeschaltetem Vorschub Sprung aufschalten und Sprungantwort aufnehmen.

VERSUCHSAUFBAU

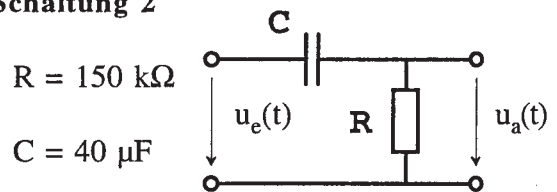


SCHALTUNGEN

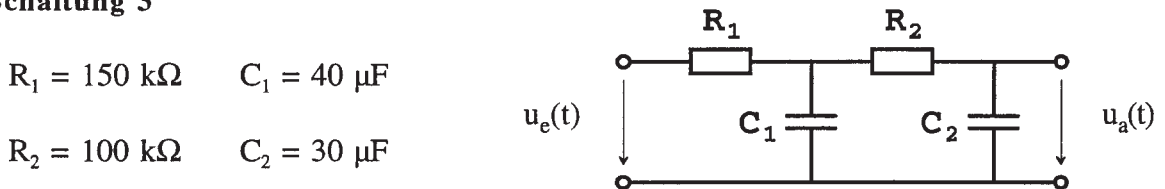
Schaltung 1



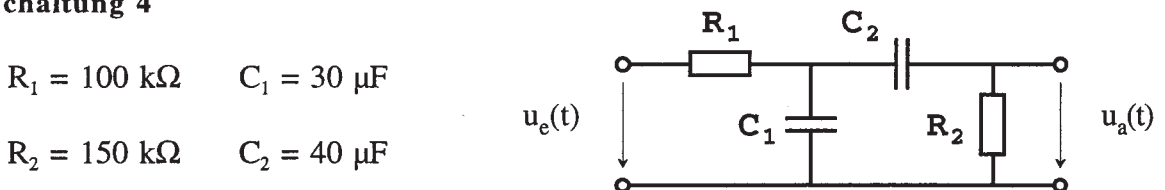
Schaltung 2



Schaltung 3



Schaltung 4



2.2 Aufnahme der Sprungantworten "aktiver Übertragungsglieder"

Von den im Baustein "Aktive Übertragungsglieder" (BR 9 , Kap. 2.3) enthaltenen Bausteinen Nr. 1 - 3 ist jeweils die Sprungantwort aufzunehmen.

- Schreibereinstellungen und Versuchsaufbau wie unter Punkt 2.1
- An der Sprungseinheit eine "Sprunghöhe" von 2 V einstellen,
- Für jeden Baustein bei eingeschaltetem Vorschub Sprungantwort aufnehmen.

Hinweis : Vor Aufnahme der Sprungantwort ist jeweils die "Entladetaste" zu betätigen !

3. Auswertung

3.1 Auswertung zu 2.1 "Sprungantworten passiver Netzwerke"

- Aus den Sprungantworten der Schaltungen Nr. 1 bis 4 sind jeweils die *Übergangsfunktionen* $\ddot{u}(t)$ zu ermitteln und darzustellen.
- In Tabelle 1 auf Seite 4 und in das jeweilige Diagramm sind einzutragen :
 - Die *Zeitkonstante* T_1 (Schaltung 1 und 2)
 - Die *Ausgleichszeit* T_g und die *Verzugszeit* T_u (Schaltung 3)
 - Der *Übertragungsbeiwert* K (Schaltung 1 und 3)
- Für die untersuchten Schaltungen ist der Zusammenhang zw. $x_a(t)$ und $x_e(t)$ math. zu ermitteln, d.h. die *jeweilige Dgl. ist herzuleiten* und das entsprechende *Übertragungsverhalten* (ÜV) anzugeben. (Ergebnisse in Tab. 2 auf S. 4 eintragen !)
- Die jeweilige *Übergangsfunktion* $\ddot{u}(t)$ ist anzugeben.
- Die theoretischen Werte für T_1 , *Dämpfung* D und ω_0 (*Kreisfrequenz des ungedämpften Systems*) sind zu berechnen. (Ergebnisse in Tab. 1 auf S. 4 eintragen !)
- *Abweichungen* zw. gemessenen und theoretischen Werten sind zu diskutieren !

3.2 Auswertung zu 2.2 "Sprungantworten aktiver Übertragungsglieder"

- In die Diagramme der Sprungantworten sind einzutragen :
 - Die *Zeitkonstante* T_1 und der *Übertragungsbeiwert* K (Baustein 1)
 - $T(\omega_e)$, die *Überschwingweiten* x_n und x_{n+1} sowie *Verstärkung* K (Baustein 2)
- Aus den Sprungantworten sind zu ermitteln (Ergebnisse in Tab. 3 auf S. 4 eintragen) :
 - Das *Übertragungsverhalten* (ÜV) und die *Kenngößen* der Regelkreisglieder
 - Der allgemeine Zusammenhang zw. $x_a(t)$ und $x_e(t)$; d.h. die *Dgl.*

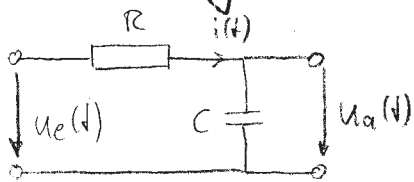
3.3 Ergebnisse der Auswertung

Tabelle 1	Schaltung 1	Schaltung 2	Schaltung 3
T_1 - gemessen	7,0s f	6,5s	-----
T_1 - theoretisch	6,0s ✓	6,0s	-----
T_u - gemessen	-----	-----	1s ✓
T_g - gemessen	-----	-----	17,5s f
D - theoretisch	-----	-----	1,591
ω_0 - theoretisch	-----	-----	0,236 $\frac{1}{s}$
K - gemessen	0,8776 ✓	-----	0,7946

Tabelle 2	Differentialgleichung	ÜV
Schaltung 1	$RC\dot{u}_a + u_a = u_e$	PT ₁
Schaltung 2	$RC\dot{u}_a + u_a = RC \cdot \ddot{u}_e$	DT ₁
Schaltung 3	$R_1 C_1 R_2 C_2 \ddot{u}_a + (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) \dot{u}_a + u_a = u_e$	PT ₂
Schaltung 4	$R_1 C_1 R_2 C_2 \ddot{u}_a + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \dot{u}_a + u_a = R_2 C_2 \ddot{u}_e$	DT ₂

Tabelle 3	Baustein 1	Baustein 2	Baustein 3
ÜV	PT₁ PT ₁	PT ₂	I
Dgl.	$T\dot{x}_e + x_e = Kx_a$	$\ddot{x}_e + 2D\omega_0\dot{x}_e + \omega_0^2 x_e = K\omega_0^2 x_a$	$\dot{x}_a = K_I \cdot x_e$
K	1,18	1,25	-----
K _I	----- ✓	-----	0,102
T ₁	4,5s	1,46s ✓	-----
ω_0	-----	0,297 $\frac{1}{s}$	-----
ω_c	-----	0,29 $\frac{1}{s}$	-----
D	-----	0,217	-----

Schaltung 1:



$$R = 150 \text{ k}\Omega$$

$$C = 40 \mu\text{F}$$

$$(1) \quad u_e(t) = R \cdot i(t) + u_a(t)$$

$$(2) \quad i(t) = C \cdot \dot{u}_a(t)$$

$$u_a(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\rightarrow \dot{u}_a(t) = \frac{1}{C} i(t)$$

(2) in (1)

$$u_e(t) = R \cdot C \cdot \dot{u}_a(t) + u_a(t)$$

$$\rightarrow \underline{RC \dot{u}_a(t) + u_a(t) = u_e(t)}$$

PT₁-glied (ÜV)

vgl. $T_1 \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K \cdot x_e(t)$

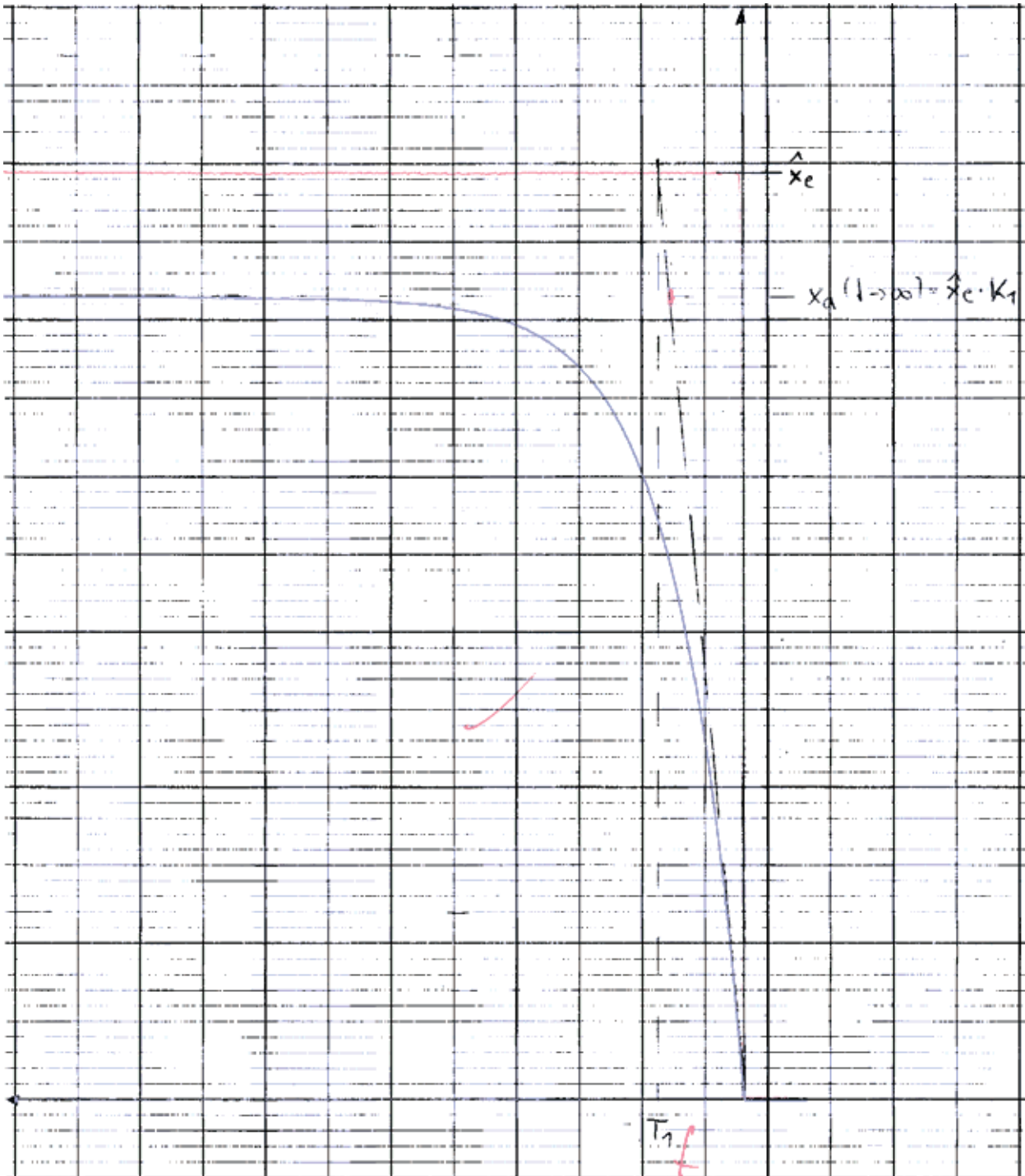
$$\rightarrow T_1 = RC$$

$$\rightarrow \underline{K = 1}$$

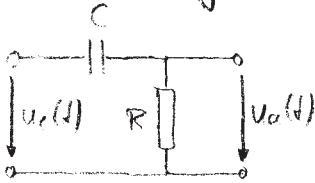
$$h(t) = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\underline{T_1} = R \cdot C = 150 \cdot 10^3 \Omega \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{ F} = \underline{6 \text{ s}}$$

V3.1, Schaltung 1



Schaltung 2



$$R = 150 \text{ k}\Omega$$

$$C = 40 \text{ }\mu\text{F}$$

$$(1) \quad u_e - u_a = \frac{1}{C} \cdot \int i \, dt$$

$$(2) \quad u_a = R \cdot i$$

$$i = \frac{u_a}{R}$$

(2) in (1), und i ersetzen:

$$RC \cdot (\dot{u}_e - \dot{u}_a) = u_a$$

$$\underline{RC \cdot \dot{u}_a(t) + u_a(t) = RC \cdot \dot{u}_e(t)}$$

$$\text{vgl. } T \dot{u}_a(t) + u_a(t) = T \dot{u}_e(t)$$

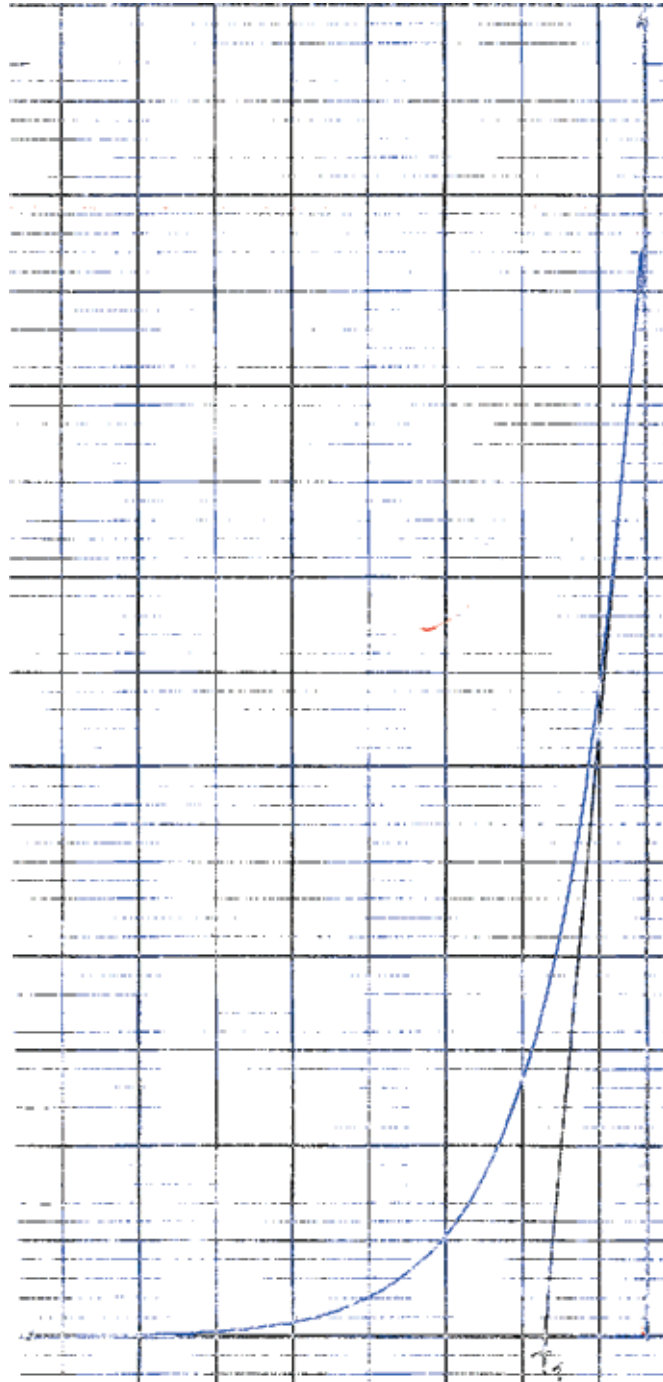
DT₁-glied (ÜV)

$$\underline{T_1} = RC = 150 \cdot 10^3 \Omega \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{ F} = \underline{\underline{6 \text{ s}}}$$

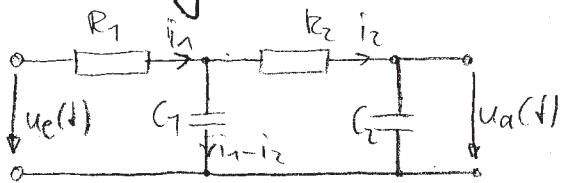
$$\bar{u}(t) = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} = e^{-t/T_1}$$

$$\bar{ÜV} = \text{DT}_1\text{-glied}$$

V3.1, Schaltung 2



Schaltung 3:



$$R_1 = 150 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 40 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C_2 = 30 \text{ }\mu\text{F}$$

$$\text{I} \quad u_e - u = R_1 \cdot i_1$$

$$\text{II} \quad u = \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt \quad \rightarrow \text{II}' \quad \dot{u} = \frac{1}{C_1} (i_1 - i_2)$$

$$\text{III} \quad u - u_a = R_2 \cdot i_2$$

$$\text{IV} \quad u_a = \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad \rightarrow \text{IV}' \quad \dot{u}_a = \frac{1}{C_2} i_2 \quad \rightarrow i_2 = \dot{u}_a \cdot C_2$$

$$\text{IV}' \text{ in III}$$

$$\text{III}' \quad u - u_a = R_2 \cdot \dot{u}_a \cdot C_2$$

$$u = R_2 \dot{u}_a C_2 + u_a \quad \rightarrow \quad \dot{u} = R_2 \ddot{u}_a C_2 + \dot{u}_a$$

$$\text{IV}' \text{ in II}'$$

$$\text{II}'' \quad \dot{u} = \frac{1}{C_1} i_1 - \frac{1}{C_1} \dot{u}_a \cdot C_2$$

$$i_1 \frac{1}{C_1} = \dot{u} + \frac{1}{C_1} \dot{u}_a C_2$$

$$i_1 = C_1 \dot{u} + \dot{u}_a C_2$$

$$\text{II}'' \text{ in I}$$

$$\text{I}' \quad u_e - u = R_1 (C_1 \dot{u} + \dot{u}_a C_2)$$

$$\text{III}' \text{ in I}'$$

$$u_e - R_2 \dot{u}_a C_2 - u_a = R_1 C_1 R_2 C_2 \ddot{u}_a + R_1 C_1 \dot{u}_a + R_1 \dot{u}_a C_2$$

$$\underline{R_1 C_1 R_2 C_2 \ddot{u}_a + (R_2 C_2 + R_1 C_1 + R_1 C_2) \dot{u}_a + u_a = u_e}$$

ÜV: PT₂-Glied

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \ddot{u}_a + (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) \dot{u}_a + u_a = u_e$$

$$\ddot{u}_a + \frac{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}{R_1 R_2 C_1 C_2} \dot{u}_a + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} u_a = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} u_e$$

vgl. $\ddot{y}_a + 2D\omega_0 \dot{y}_a + \omega_0^2 y_a = \omega_0^2 K u$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$\underline{\omega_0} = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \underline{\underline{0,236 \frac{1}{s}}}$$

$$2D\omega_0 = \frac{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

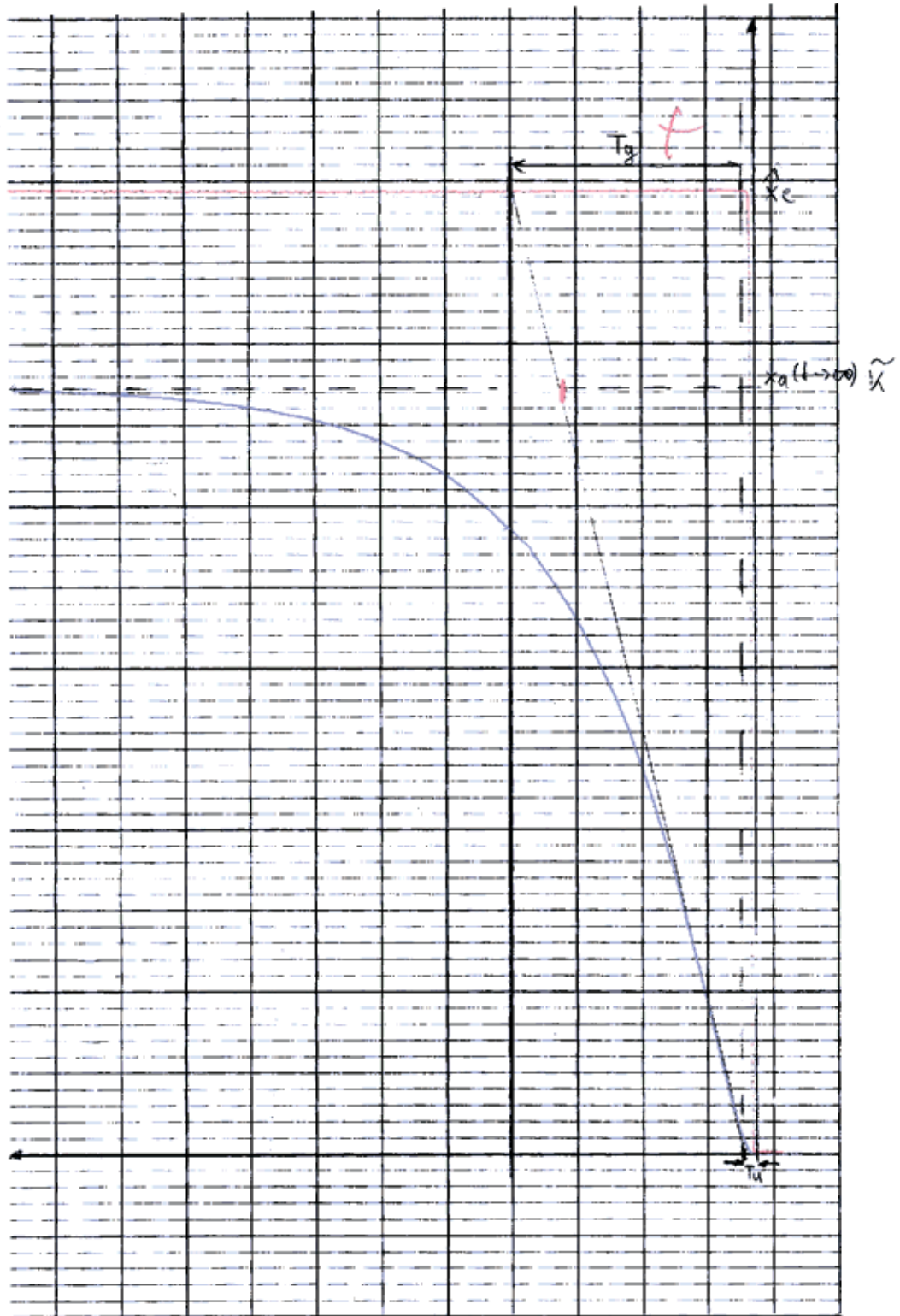
$$\underline{\underline{D}} = \frac{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}{2 \cdot \omega_0 \cdot R_1 R_2 C_1 C_2} = \frac{13,5}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} \cdot 18} = \underline{\underline{1,591}}$$

$$\omega_0^2 K = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

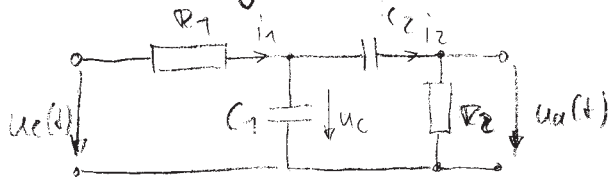
$$K = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$\underline{\underline{K}} = \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{\frac{1}{18}} = \underline{\underline{1}}$$

V3.1, Schaltung 3



Schaltung 4



$$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 150 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 30 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 40 \mu\text{F}$$

$$\text{I} \quad u_e - u_c = R_1 i_1$$

$$\text{II} \quad u_c = \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt$$

$$\text{III} \quad u_c - u_a = \frac{1}{C_2} \int i_2 dt$$

$$\text{IV} \quad u_a = R_2 \cdot i_2 \quad \rightarrow \quad i_2 = \frac{u_a}{R_2}$$

V in I und III:

$$\text{I}' \quad u_e - \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt = R_1 i_1$$

$$\text{III}' \quad \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt - u_a = \frac{1}{C_2} \int i_2 dt$$

VI in I' diff. und in III':

$$\text{I}'' \quad \dot{u}_e - \frac{1}{C_1} \cdot \left(i_1 - \frac{u_a}{R_2} \right) = R_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$\text{III}'' \quad \frac{1}{C_1} \cdot \left(i_1 - \frac{u_a}{R_2} \right) - \dot{u}_a = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{u_a}{R_2}$$

$$\text{aus III}'' : i_1 = \frac{C_1}{C_2 R_2} \cdot u_a + C_1 \cdot \dot{u}_a + \frac{u_a}{R_2}$$

$$\text{diff} \rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{C_1}{C_2 R_2} \dot{u}_a + C_1 \ddot{u}_a + \frac{1}{R_2} \dot{u}_a$$

in I'':

$$\dot{u}_e - \frac{1}{R_2 C_2} \cdot u_a - \dot{u}_a - \frac{1}{R_2 C_1} \cdot u_a + \frac{1}{R_2 C_1} \cdot u_a = \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \ddot{u}_a + R_1 C_1 \ddot{u}_a + \frac{R_1}{R_2} \dot{u}_a$$

$$R_1 C_1 \cdot R_2 C_2 \cdot \ddot{u}_a + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot \dot{u}_a + u_a = R_2 C_2 \cdot \dot{u}_e$$

UV: DT₂-glied

$$R_1 C_1 R_2 C_2 \ddot{u}_a + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \dot{u}_a + u_a = R_2 C_2 \dot{u}_e$$

$$\text{vgl.: } \left(\frac{1}{\omega_0}\right)^2 \ddot{v} + 2 \frac{D}{\omega_0} \dot{v} + v = K_D \cdot \dot{u}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = R_1 C_1 R_2 C_2$$

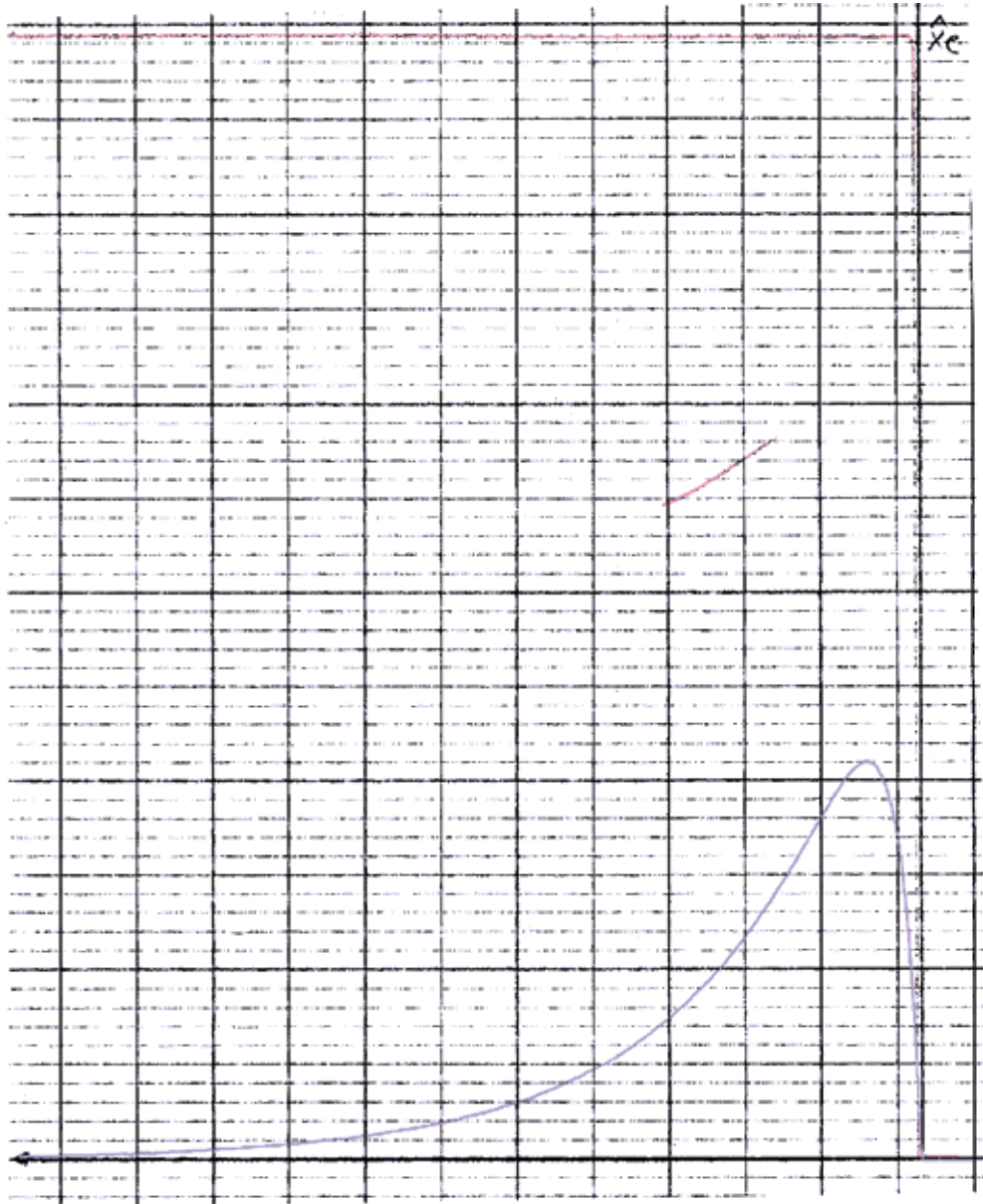
$$\underline{\omega_0} = \sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \underline{\underline{0,236 \frac{1}{s}}}$$

$$2 \frac{D}{\omega_0} = R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot \omega_0 \cdot (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)$$

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} \cdot 13 = \underline{\underline{1,532}}$$

V3.1, Schaltung 4



3.1 Diskussion


Die Abweichungen zwischen gemessenen und theoretischen Werten haben mehrere Ursachen.

Der offensichtlichste ist die Ungenauigkeit beim Messen und Ablesen der Werte. Da die Schreiber schon eine Breite von ca. einem halben Millimeter haben, und sich dadurch das Einzeichnen der Tangente erschwert, kann es dadurch schon zu großen Abweichungen kommen. Was eine Abweichung von „1s“ rechtfertigen würde.

Der jedoch stärkere Unterschied bei den gemessenen K -Werten läßt auch zusätzliche Widerstände schließen.

Die Verkabelung darf nicht außer acht gelassen werden, da sie schon zu einer gewissen Widerstandserhöhung führt.

Der jedoch größere Widerstand bildet der Schreiber selbst, was zu einer erheblichen Herabsetzung des K -Wertes führt.



V3.1, Baustein 1, 2, 3

Baustein 1

$$K = \frac{\tilde{K}}{\tilde{Y}} = \frac{2,36V}{2V} = 1,18 \quad \tilde{K}: \text{abgelesen}$$

$$T_1 = 4,5s \quad (\text{abgelesen})$$

$$\underline{\text{ÜV}}: F(T_1) \quad F(s) = \frac{1,18V}{1 + s \cdot 4,5s}$$

$$\underline{\text{Dgl.}} \quad T \dot{x}_e + x_e = K x_a$$

Baustein 2

$$d = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \ln\left(\frac{1,33V}{0,65V}\right) = 0,7$$

x_1, x_2 abgelesen

$$D = \frac{d}{\sqrt{\pi^2 + d^2}} = \frac{0,7}{\sqrt{\pi^2 + 0,7^2}} = 0,217$$

$$K = \frac{\tilde{K}}{\tilde{Y}} = \frac{2,5V}{2V} = 1,25$$

$$\omega_e = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{21,6s} = 0,29s^{-1} \quad (\tau: \text{abgelesen})$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_e}{\sqrt{1 - D^2}} = \frac{0,29s^{-1}}{\sqrt{1 - 0,217^2}} = 0,297s^{-1}$$

$$T_2^2 = \frac{1}{\omega_0^2} = 11,34 \quad T_2 = 3,37s$$

$$T_1 = 2DT_2 = 2 \cdot 0,217 \cdot 3,37s = 1,46s$$

$$\ddot{u}_V : PT_2 \quad F(s) = \frac{1,25V \cdot (0,297)^2}{s^2 + 2 \cdot 0,217 \cdot 0,297s + (0,297)^2}$$

$$Dgl: \quad \ddot{x}_e + 2D\omega_0 \cdot \dot{x}_e + \omega_0^2 \cdot x_e = K\omega_0^2 \cdot x_a$$

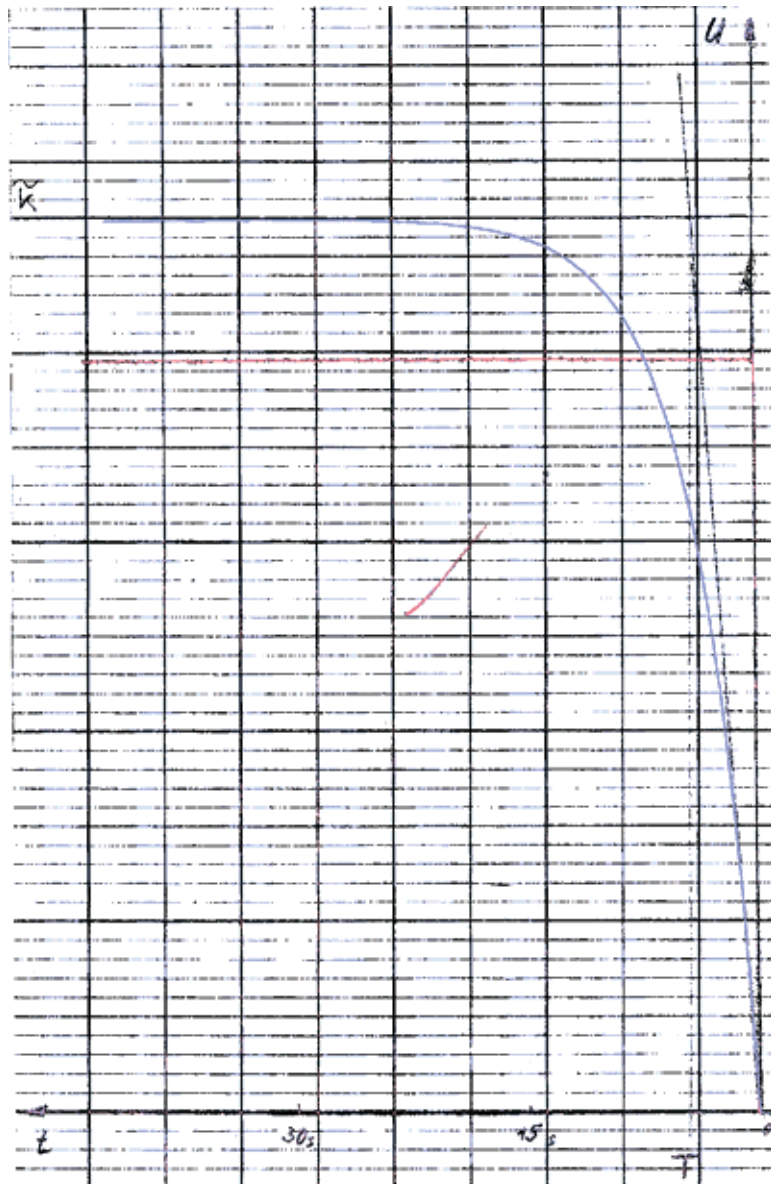
Baustein 3

$$K_I = \frac{\dot{x}_a}{x_e} = \frac{0,2}{2} = 0,102 \quad \dot{x}_a : \text{abgelesen}$$

$$\ddot{u}_V : \quad F(s) = 0,102 \cdot \frac{1}{s} \quad I\text{-Glied}$$

$$Dgl: \quad \dot{x}_a = K_I \cdot x_e$$

V 3.1, Baustein 1



V 3.1, Baustein 2

