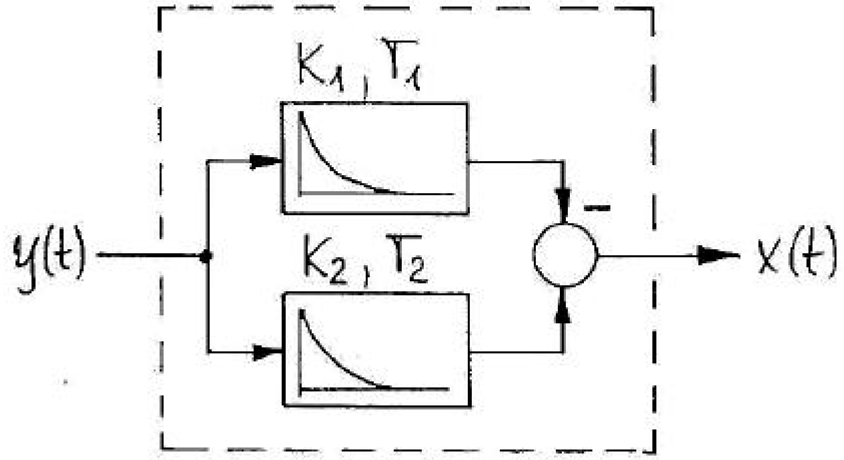
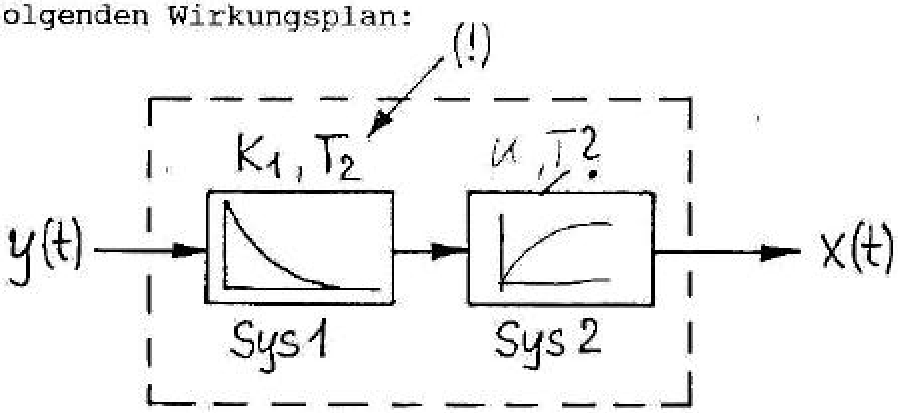
Ein dynamisches System besteht aus der Parallelschaltung zweier Übertragungsglieder mit den angegebenen Kennwerten, siehe Abbildung.



$K_1 = 2$
$T_1 = 0,8$
$K_2 = 8$
$T_2 = 3,2$

Alle Zeiten sind normiert und damit dimensionslos.

Ein dynamisch äquivalentes System in Reihen-Struktur hat folgenden Wirkungsplan:



a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $F(s) = X(s)/Y(s)$ des ursprünglichen Systems, mit Zahlenwerten an.
in Zeitkonstantenform

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $F_2(s)$ des Teilsystems Sys 2, siehe untere Abbildung.

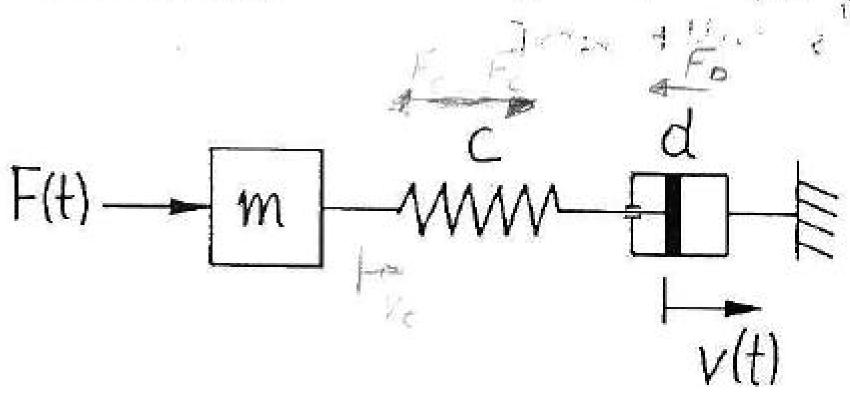
c) Um welches Übertragungsglied handelt es sich? Geben Sie dessen Kennwerte an. PT_1

d) Tragen Sie dessen Symbol in den leeren Block des o.a. Wirkungsplans ein.

Vorne - hinten

Aufgabe 2 (a,b,c) AT1, SS 1998

Auf ein mechanisches System wirkt als Eingangsgröße die Kraft F(t). Die Ausgangsgröße sei die Kolbengeschwindigkeit v(t), siehe Abbildung.



a) Stellen Sie die Differentialgleichung v = f(F,t) auf.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion G(s) = V(s)/F(s).
<u>Hinweis:</u> Zur Vermeidung von Verwechslungen mit der Kraft F(t) $\circ\!\!-\!\!\bullet$ F(s) soll die Übertragungsfunktion hier mit G(s) bezeichnet werden.

c) Geben Sie für das System einen Wirkungsplan an, der sämtliche Größen und Kennwerte der o.a. Skizze enthält. Formen Sie die Dgl. vorab so um, daß der Koeffizient bei der Kraft F gleich Eins wird.

In obiger Skizze bedeuten:

m = Masse

c = Federsteifigkeit

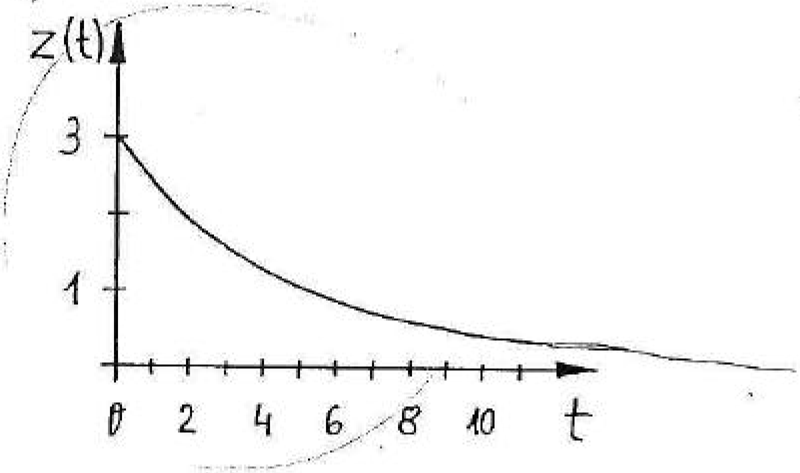
d = Dämpfungsbeiwert

Aufgabe 3 (a,b) AT1, SS 1998

Auf ein System mit der Übertragungsfunktion

$$\frac{X(s)}{Y(s)} \quad F(s) = \frac{K}{s\,(1 + sT)}$$

mit K = 0,3 und T = 3 wird die abgebildete Eingangsgröße z(t) geschaltet.



e-Funktion transformieren

Alle Zeiten sind normiert und damit dimensionslos.

a) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte Z(s) der Eingangsgröße z(t).

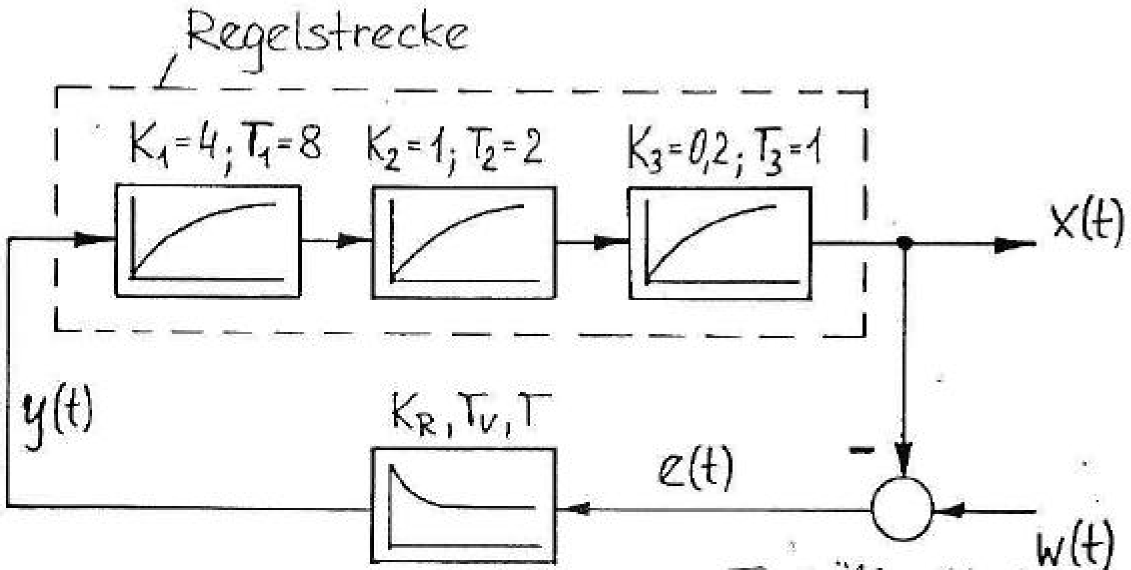
b) Ermitteln Sie die Ausgangsgröße x(t) in der Form, daß im Ergebnis keine Klammern auftreten.

Aufgabe 4 (a,b,c,d,e) AT1, SS 1998

Eine Regelstrecke wird mit einem PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$F_R(s) = K_R \frac{1 + sT_V}{1 + sT} \qquad \text{mit } T = 0{,}2$$

in einem Folgeregelkreis betrieben, siehe Abbildung.



T_V - größte Streckenzeitkonstante

a) Wie stellen Sie die Reglerzeitkonstante T_V ein?

Verwenden Sie für die folgende Rechnung den in a) festgelegten Wert für T_V.

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $F(s) = X(s)/W(s)$ des Regelkreises.

c) Der Regelkreis wird mit dem Einheitssprung beaufschlagt. Ermitteln Sie den bleibenden Regelfehler $e(t \rightarrow \infty)$, wenn der Reglerbeiwert $K_R = 2{,}4$ eingestellt wird.

d) Wie muß K_R eingestellt werden, daß für den stationären Wert der Regelgröße $x(t \rightarrow \infty) = 0{,}9$ gilt?

e) Geben Sie den kritischen Reglerbeiwert K_{Rkrit} an, für den der Regelkreis an der Stabilitätsgrenze liegt.

AT1 SS 1998 Aufgabe 1:

a) :

$$F_{(s)Dt1} = \frac{K \cdot s}{1 + s \cdot T};$$

$$F_{(s)} = F_{2(s)} - F_{1(s)} = \frac{K_2 \cdot s}{1 + s \cdot T_2} - \frac{K_1 \cdot s}{1 + s \cdot T_1} = \frac{(K_2 \cdot s) \cdot (1 + s \cdot T_1) - (K_1 \cdot s) \cdot (1 + s \cdot T_2)}{(1 + s \cdot T_2) \cdot (1 + s \cdot T_1)}$$

$$= \frac{K_2 \cdot s + K_2 \cdot T_1 \cdot s^2 - K_1 \cdot s + K_1 \cdot T_2 \cdot s^2}{1 + s \cdot T_1 + s \cdot T_2 + s^2 \cdot T_1 \cdot T_2} = \frac{8 \cdot s + 8 \cdot 0{,}8 \cdot s^2 - 2 \cdot s - 2 \cdot 3{,}2 \cdot s^2}{1 + 0{,}8 \cdot s + 3{,}2 \cdot s + 0{,}8 \cdot 3{,}2 \cdot s^2}$$

$$= \frac{s \cdot 6}{1 + s \cdot 4 + s^2 \cdot 2{,}56};$$

b) :

$$F_{(s)I} = F_{(s)II} = F_{(s)II_1} \cdot F_{(s)II_2};$$

$$F_{(s)II_2} = \frac{\dfrac{K_2 \cdot s}{1 + s \cdot T_2} - \dfrac{K_1 \cdot s}{1 + s \cdot T_1}}{\dfrac{K_1 \cdot s}{1 + s \cdot T_2}} = \left(\frac{K_2 \cdot s}{1 + s \cdot T_2} - \frac{K_1 \cdot s}{1 + s \cdot T_1} \right) \cdot \frac{1 + s \cdot T_2}{K_1 \cdot s}$$

$$= \frac{K_2 \cdot s}{K_1 \cdot s} - \frac{1 + s \cdot T_2}{1 + s \cdot T_1};$$

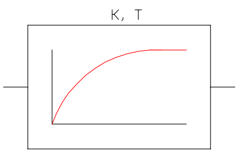
c) :

$$F_{(s)II_2} = \frac{8}{2} - \frac{1 + s \cdot 3{,}2}{1 + s \cdot 0{,}8} = \frac{4 + 4 \cdot 0{,}8 \cdot s - 1 - 3{,}2 \cdot s}{1 + s \cdot 0{,}8}$$

$$= \frac{3}{1 + s \cdot 0{,}8};$$

⇨ **PT_1 mit K=3 und T=0,8.**

d) :



<u>AT1 SS 1998 Aufgabe 2:</u>

a) :

$$\text{Feder} \quad : F_c = c \cdot \int (v_c - v) \cdot dt$$

$$\text{Masse} \quad : v_c = \frac{1}{m} \cdot \int (F - F_c) \cdot dt$$

$$Dämpfer : F_d = d \cdot v$$

$$F_c = F_d$$

$$c \cdot \int (v_c - v) \cdot dt = d \cdot v$$

$$v_c = \frac{d}{c} \cdot \dot{v} + v = \frac{1}{m} \cdot \int (F - F_c) \cdot dt$$

$$\frac{d \cdot m}{c} \cdot \ddot{v} + m \cdot \dot{v} = F - F_c$$

$$\frac{d \cdot m}{c} \cdot \ddot{v} + m \cdot \dot{v} = F - d \cdot v$$

$$\frac{d \cdot m}{c} \cdot \ddot{v} + m \cdot \dot{v} + d \cdot v_{(t)} = F_{(t)};$$

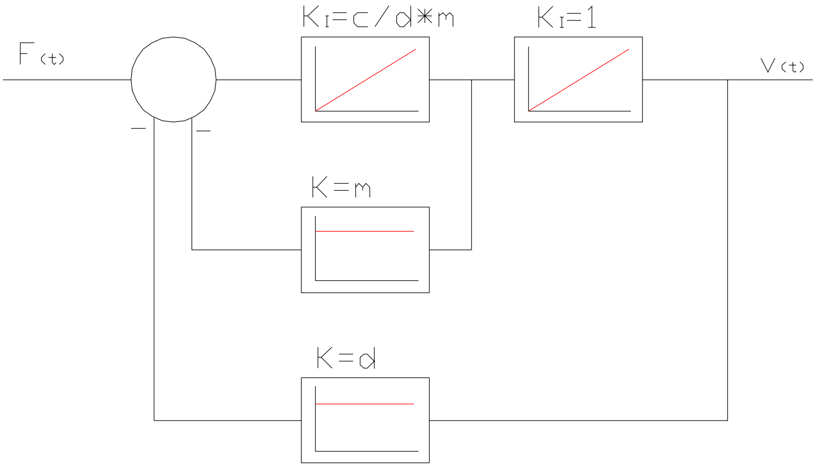
b) :

$$\left(\frac{d \cdot m}{c} \cdot s^s + m \cdot s + d \right) \cdot V_{(s)} = F_{(s)}$$

$$G_{(s)} = \frac{V_{(s)}}{F_{(s)}} = \frac{1}{\frac{d \cdot m}{c} \cdot s^s + m \cdot s + d} = \frac{\frac{1}{d}}{1 + s^2 \cdot \frac{m}{c} + s \cdot \frac{m}{d}};$$

c) :

$$\frac{d \cdot m}{c} \cdot \ddot{v} = F_{(t)} - m \cdot \dot{v} - d \cdot v_{(t)}$$



<u>AT1 SS 1998 Aufgabe 3:</u>

a) :

$$z_{(t)} = 3 \cdot e^{-\frac{t}{5}} = 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot e^{-\frac{t}{5}}$$

$$Z_{(s)} = 15 \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T}$$

$$= \frac{K}{1 + s \cdot T};$$

mit K=15 und T=5.

b) :

$$F_{(s)} = \frac{X_{(s)}}{Y_{(s)}} = \frac{K_1}{s \cdot (1 + s \cdot T_1)};$$

$$Y_{(s)} = Z_{(s)}$$

$$X_{(s)} = F_{(s)} \cdot Z_{(s)} = \frac{K_1}{s \cdot (1 + s \cdot T_1)} \cdot \frac{K_2}{(1 + s \cdot T_2)} = \frac{0{,}3}{s \cdot (1 + s \cdot T_1)} \cdot \frac{15}{(1 + s \cdot T_2)} = 4{,}5 \cdot \frac{1}{s \cdot (1 + s \cdot T_1) \cdot (1 + s \cdot T_2)}$$

$$x_{(t)} = 4{,}5 \cdot \left[1 - \frac{1}{T_1 - T_2} \cdot \left(T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \right] = 4{,}5 - \frac{4{,}5}{5 - 3} \cdot \left(5 \cdot e^{-\frac{t}{5}} - 3 \cdot e^{-\frac{t}{3}} \right)$$

$$= 4{,}5 + 6{,}75 \cdot e^{-\frac{t}{3}} - 11{,}25 \cdot e^{-\frac{t}{5}};$$

AT1 SS 1998 Aufgabe 4:

a) :

$T_v=T_1=8$, da T die größte Streckenzeitkonstante ist.

b) :

$$F_{(s)} = \frac{F_{R(s)} \cdot F_{s(s)}}{1 + F_{R(s)} \cdot F_{s(s)}}$$

$$F_{s(s)} = \frac{K_1}{1+s\cdot T_1} \cdot \frac{K_2}{1+s\cdot T_2} \cdot \frac{K_3}{1+s\cdot T_3} = \frac{4\cdot 1\cdot 0{,}2}{(1+s\cdot 8)\cdot(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)}$$

$$F_{R(s)} = \frac{K_R \cdot (1+s\cdot T_v)}{1+s\cdot T} = \frac{K_R\cdot(1+s\cdot 8)}{1+s\cdot 0{,}2}$$

$$F_{s(s)} \cdot F_{R(s)} = \frac{0{,}8}{(1+s\cdot 8)\cdot(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)} \cdot \frac{K_R\cdot(1+s\cdot 8)}{(1+s\cdot 0{,}2)} = \frac{0{,}8\cdot K_R}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)}$$

$$F_{(s)} = \frac{\dfrac{0{,}8\cdot K_R}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)}}{1+\dfrac{0{,}8\cdot K_R}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)}}$$

$$= \frac{0{,}8\cdot K_R}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)} \cdot \frac{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)+0{,}8\cdot K_R}$$

$$= \frac{0{,}8\cdot K_R}{(1+s\cdot 2)\cdot(1+s\cdot 1)\cdot(1+s\cdot 0{,}2)+0{,}8\cdot K_R};$$

c) :

$$F_{(s)} = \frac{0{,}8 \cdot K_R}{0{,}8 \cdot K_R + 0{,}4 \cdot s^3 + 2{,}6 \cdot s^2 + 3{,}2 \cdot s + 1}$$

$$e_{(t \to \infty)} = 1 - F_{(s \to 0)} = 1 - \frac{0{,}8 \cdot K_R}{0{,}8 \cdot K_R + 1} = 1 - \frac{0{,}8 \cdot 2{,}4}{0{,}8 \cdot 2{,}4 + 1} = 0{,}3425;$$

d) :

$$0{,}9 = \frac{0{,}8 \cdot K_R}{0{,}8 \cdot K_R + 1} \Rightarrow K_R = \frac{0{,}9}{0{,}8 - 0{,}8 \cdot 0{,}9} = 11{,}25;$$

AT1 SS 1998 Aufgabe 4:

e) :

$$1 + F_R \cdot F_S = 0$$

$$1 + \frac{0{,}8 \cdot K_R}{(1 + s \cdot 2) \cdot (1 + s \cdot 1) \cdot (1 + s \cdot 0{,}2)} = 0$$

$$\underbrace{0{,}4}_{a_3} \cdot s^3 + \underbrace{2{,}6}_{a_2} \cdot s^2 + \underbrace{3{,}2}_{a_1} \cdot s + \underbrace{1 + 0{,}8 \cdot K_R}_{a_0} = 0$$

$$a_1 \cdot a_2 = a_0 \cdot a_3$$

$$3{,}2 \cdot 2{,}6 = (1 + 0{,}8 \cdot K_R) \cdot 0{,}4$$

$$K_{R\,\mathrm{Krit}} = \frac{20{,}8 - 1}{0{,}8} = 24{,}75;$$